Petrolina, cinco de dezembro do ano 2009.

**O PARADOXO DE BANACH-TARSKI**

(ciência do céu somado a ciência da terra)



E ele, ao desembarcar, viu uma grande multidão; e, compadecendo-se dela, curou os seus enfermos. Chegada à tarde aproximou-se dele os discípulos, dizendo: O lugar é deserto, e à hora é já passada; despede as multidões, para que vão às aldeias, e comprem o que comer. Jesus, porém, lhes disse: Não precisam ir embora; dai-lhes vós de comer. Então eles lhe disseram: Não temos aqui senão cinco pães e dois peixes. E ele disse: trazeis-mos aqui. Tendo mandado às multidões que se reclinassem sobre a relva, tomou os cinco pães e os dois peixes e, erguendo os olhos ao céu, os abençoou; e partindo os pães, deu-os aos discípulos, e os discípulos às multidões. Todos comeram e se fartaram; e dos pedaços que sobejaram levantaram doze cestos cheios. Ora, os que comeram foram cerca de cinco mil homens, além de [mulheres](http://www.ceticismoaberto.com/fortianismo/2095/o-paradoxo-de-banach-tarski) e crianças. – Mateus 14:14-21

Por que um artigo que deveria ser sobre matemática começa com a [alimentação](http://www.ceticismoaberto.com/fortianismo/2095/o-paradoxo-de-banach-tarski) dos cinco mil?   
Nos anos vinte dois matemáticos poloneses – Stephan Banach e Alfred Tarski – provaram um teorema matemático que soa muito como a alimentação de cinco mil. Em sua honra, ele é chamado paradoxo de Banach-Tarski\*. As conseqüências do paradoxo de Banach-Tarski são, por exemplo:

Uma laranja pode ser cortada em um número finito de pedaços, e esses pedaços possa então ser juntada novamente para formar duas laranjas, cada uma tendo o mesmo tamanho da que foi cortada em pedaços.

Outra conseqüência, ainda mais bizarra, é:

Uma ervilha pode ser cortada em um número finito de pedaços, e esses pedaços podem então ser reagrupados para formar uma bola sólida com um diâmetro maior do que a distância da Terra ao Sol.

Mais geralmente, sempre que você tiver um corpo tridimensional (com algumas restrições), você pode obter qualquer outro corpo ao quebrar o primeiro em pedaços e reagrupar as partes. Transformar cinco pães e dois peixes em comida suficiente para alimentar uma multidão de mais de cinco mil pessoas parece então um exercício simples.   
Se você leu até aqui, sua atitude presumivelmente é uma das duas:

* Sua crença na verdade absoluta dos teoremas matemáticos é tão forte que faz com que engula o paradoxo de Banach-Tarski.
* Você é um cético tão vigoroso, e assim nem toma a alimentação dos cinco mil nem o paradoxo de Banach-Tarski de forma literal.

Se você cai na primeira categoria, provavelmente há pouco incentivo para que continue [lendo](http://www.ceticismoaberto.com/fortianismo/2095/o-paradoxo-de-banach-tarski) este artigo. Do contrário, acho que sua atitude é mais bem descrita da seguinte forma: Você pode acreditar na estória da alimentação dos cinco mil, mas não tomá-la literalmente, e se você ouve falar de um teorema matemático cujas conseqüências são obviamente absurdas, você tende a achar que o teorema está errado.

Pegue uma laranja e uma faca afiada. Corte a laranja em pedaços e tente formar com os pedaços dois globos com aproximadamente o mesmo tamanho. Se os pedaços forem suficientemente pequenos, cada um desses globos será razoavelmente parecido com uma bola, mas é claro, cada uma com um volume que é mais ou menos a metade da laranja original. Talvez você não tenha cortado a laranja do jeito certo. Você pode tentar sua sorte com centenas de laranjas: acabará produzindo toneladas de bagaço, mas nenhuma corroboração do paradoxo de Banach-Tarski. Isso não parece mostrar que o paradoxo Banach-Tarski está errado?

O paradoxo de Banach-Tarski é um teorema que chamamos de teorema de existência: há uma forma de dividir uma ervilha de forma que os pedaços possam ser reagrupados em, digamos, uma estátua em tamanho natural de Stefan Banach. O fato de você não conseguir encontrar tal forma não significa que ela não existe – você pode simplesmente não tê-la encontrado ainda. Deixe-me clarificar com um exemplo de aritmética elementar. Um inteiro positivo *p* é chamado primo se um e *p* são seus únicos divisores; por exemplo, 2, 3 e 23 são primos, enquanto 4 = 2.2 e 243 = 3.81 não são. Os gregos antigos sabiam que todos inteiros positivos têm uma fatorização em primos: se *n* é um inteiro positivo, então há números primos p1,..., pk de forma que *n* = p1... pk. Para um *n* pequeno, tal fatorização em primos é fácil de encontrar: 6 = 2.3, 243 = 2.3.3.3.3 e 6785 = 5.23.59, por exemplo. Há essencialmente apenas um jeito de encontrar uma fatorização em primos – tentando. Achar a fatorização de 6785 – armado apenas com lápis e papel – deve ter tomado certo tempo. Agora pense em um número grande, digo realmente grande:

7380563434803675764348389657688547618099805.

Esse é um número positivo sem nenhum problema, e o teorema diz a você que ele tem uma fatorização em primos, mas – por favor! – não gaste horas, dias ou mesmo anos de sua vida tentando achá-la.

Você deve pensar: para que os computadores foram inventados? É fácil escrever um pequeno programa que produz a fatorização em primos de um inteiro positivo arbitrário (e ele pode mesmo produzir uma de 7380563434803675764348389657688547618099805 em um período de tempo razoável). Contudo, o tempo médio que tal programa levaria para achar a fatorização de um inteiro *n* aumenta dramaticamente à medida que n fica maior: para um *n* suficientemente grande, o tempo que até o mais rápido supercomputador disponível hoje levaria – em média – para achar a fatorização em primos de n seria maior que a idade do universo.

Assim, embora a fatorização em primos de um inteiro positivo sempre exista, ela pode ser impossivelmente difícil de encontrar. De fato, isto é algo bom – é o coração dos códigos de chaves públicas que tornam as transações de cartão de crédito na internet segura, por exemplo. Agora, pense de [novo](http://www.ceticismoaberto.com/fortianismo/2095/o-paradoxo-de-banach-tarski) no paradoxo de Banach-Tarski. Apenas porque você não pôde fazê-lo funcionar na sua cozinha (assim como você não pôde encontrar a fatorização de certo inteiro muito grande) isso não significa que o teorema é falso (ou que esse inteiro particular não tenha uma fatorização em primos).

Você está desapontado? Ao invés de elevar a alimentação dos cinco mil de um assunto de fé a uma conseqüência de um irrefutável teorema matemático, o paradoxo de Banach-Tarski exige que você aceite outro assunto de fé – o axioma da escolha – antes que possa aceitar o teorema. No final das contas, o paradoxo de Banach-Tarski não está assim tão distante da alimentação dos cinco mil…

- – -

“O enigma matemático milenar de Jesus Cristo”



(ciência do céu somado a ciência da terra)

Um matemático tem o seguinte problema a resolver:

Num determinado lugar, ele tem cinco pães e dois peixes para distribuir ou repartir com quase 5000 homens, além das mulheres e crianças presentes.

Em outro lugar, ele tem uma situação semelhante à primeira, só que desta vez ele dispõe de sete pães e alguns peixes para distribuir ou repartir com quase 4000 homens, além das mulheres e crianças presentes.

O matemático dispõe de doze discípulos para fazer a distribuição de pães e peixes para a grande multidão presente nos dois casos.

Ao repartir os pães e os peixes, o matemático obedece à seguinte ordem de distribuição:

Primeiro, o matemático distribui ou reparte os pães e os peixes com os seus discípulos, e esses por sua vez distribuem os pães e os peixes com a grande multidão presente nos dois casos ou situações citadas acima.

Pergunta-se:

Qual a quantidade de peixes que havia na segunda situação?! Para isso, levar em conta a divisão ou repartição de pães e peixes de acordo como as leis da matemática permite.

Observação:

Na solução, fala-se no círculo perfeito do relógio de aritmética 12; procure notar e meditar que Deus é perfeição, sendo assim, um círculo completo tem um significado de perfeição e um círculo incompleto tem um significado de imperfeição. Como Deus é perfeição, o círculo aceitável, segundo a lógica de Deus, seria o círculo completo.

**“Enigma Matemático Milenar de Jesus Cristo"**



**“Apresentação ao leitor”**

O Enigma Matemático Milenar de Jesus Cristo é uma incógnita de mais de dois mil anos que a princípio parece bem simples de responder, todavia o mesmo foi enviado às universidades federais e estaduais do Vale do São Francisco (região onde resido) e também à comunidade do sistema de relacionamentos Orkut “Só Matemática” no ano de 2007 e nenhuma solução com uma lógica matemática justificável foi apresentada, assim sendo, observei que estava diante de um belo problema matemático.

Com tal situação, busquei uma solução para o mesmo usando uma matemática simples e elementar em que o leitor em geral pudesse compreender os cálculos ali envolvidos, o caro leitor verá que para entender a solução a condição suficiente é ter apenas alguns conhecimentos da matemática do ensino médio (antigo segundo grau).

Descobri esse enigma devido à leitura que fiz dos quatro livros evangélicos contidos na Bíblia, e este incentiva você a lê-los também independente de religião, mas devido os princípios morais neles encontrados.

Gostaria de dizer que nesta dissertação quando falo em mudar o texto significa dizer que ao se mudar um único versículo do texto, passa a ter dois textos semelhantes que se diferenciam um do outro por este versículo que foi modificado.

Também peço que o leitor observe bem que qualquer divisão no campo real positivo pode ser expressa pela tangente, bastando apenas representar o numerador e o denominador nos eixos cartesianos x e y, respectivamente, e calcular a tangente do ângulo α; e isso é a chave para a solução desse enigma.

Enfim, espero que você aprecie este trabalho no qual tanto me esforcei para fazer, sempre pensando no que pode acrescentar a quem lê-lo.

Atenciosamente,

Prof. Sóstenes Rônmel da Cruz.

**“O Enigma Matemático Milenar de Jesus Cristo”**

A Bíblia contém um lindo enigma matemático, que chamei de “O enigma matemático milenar de Jesus Cristo”, que certamente muitos não observaram ainda. Esse enigma procede de dois textos bíblicos que têm os seguintes temas: a primeira e a segunda multiplicação dos pães. Tais textos podem ser localizados nos seguintes livros e capítulos contidos na Bíblia: São Mateus 14 e 15; São Marcos seis e oito; São Lucas nove e São João seis.

Para resolver esse enigma tive que transformar esses dois textos em um único texto, com a condição de que este fosse equivalente aos originais. Então, vamos saber qual é o tal enigma. No primeiro texto observe que os discípulos falam para Jesus Cristo “temos aqui se não cinco pães e dois peixes”, já no segundo texto os discípulos falam para Jesus “temos aqui se não sete pães e uns ou alguns peixinhos”.

Atente bem para a parte em que se fala “uns ou alguns peixinhos” e é justamente aqui que se dá o x da questão, pois daqui formula-se a seguinte pergunta: Qual seria exatamente a quantidade de peixes que havia na segunda multiplicação de pães? E é isso, meu amigo, que me empenhei a encontrar utilizando a fé em Deus e a ciência chamada matemática, pois dizem os grandes homens da fé em Deus que a Bíblia contém todas as ciências.

Na solução que lhes vou apresentar procuro não só achar a resposta para esse enigma, mas também provar que ela está correta no campo real da matemática.

Vamos pegar como principal referência para a solução do enigma os capítulos 14 e 15 do livro de São Mateus.

**“Solução matemática do Enigma”**

Primeiro vai fazer as seguintes suposições unindo assim os dois textos:

“E estando Jesus com os discípulos e uma grande multidão, que eram cerca de nove mil homens (olhar São Marcos capitulo oito versículos 18 aos 20) além das mulheres e crianças”. Observe que nove mil é a soma da quantidade de homens da primeira e da segunda multiplicação de pães. Bom, peço que não se assuste, mas convido você, caro leitor, a penetrar meio milímetro na mente de Deus já que a Bíblia fala que temos um espírito em nós que é capaz de penetrar nas profundidades de Deus.

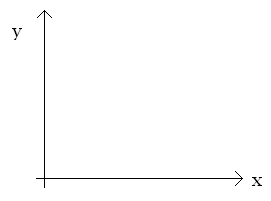
Dizem os cientistas que quando descobrirem de fato à origem do universo, que eles supõem que seja o Big Bang, então aí eles poderá penetrar na mente de Deus, mas nós que acreditamos num Deus monoteísta, num único Deus supremo, sabemos que só através de seu espírito é que podemos conhecer sua Sabedoria... E vamos provar isso! Através da matemática somada à fé.

Supondo que a quantidade de pães seja desconhecida na segunda multiplicação de pães, a qual sabe que é sete, mas para efeito de fé suporemos que não sabemos então o segundo texto ficaria assim: “E Jesus disse-lhes: Quantos pães tendem? E eles disseram: Alguns pães e uns peixinhos”. Observe que passamos a ter duas incógnitas que são x pães e y peixes.

Pensei comigo, se a minha solução der certo, então terei que chegar exatamente à  pães, isso claro supondo que a quantidade de pães da segunda multiplicação seja desconhecida; se eu montar um sistema matemático com  pães e  peixes de forma que eu consiga encontrar a quantidade correta de pães do segundo texto, então a quantidade  de peixes estaria correta e aí eu teria solucionado esse lindo enigma.

Olhe bem e atente para as seguintes revisões de assuntos que vimos na matemática de primeiro e segundo graus:

São chamados eixos cartesianos, ou eixo  e eixo .



·lembre-se que a origem dos eixos cartesianos é o par ordenado (0,0).

E a origem será sempre o par ordenado (0,0) em todos os eixos cartesianos que utilizarmos na solução do enigma.

Triângulo retângulo



Cateto oposto hipotenusa

Ângulo teta

Cateto adjacente

Tangente do ângulo :



A tangente da soma de dois ângulos α e β é:







**I** 

Aplicando o módulo nos dois membros, temos:

**II** 



Observe que pode acontecer de ter-se uma solução para a equação **I** e outra para a equação **II** na solução do enigma (mas o que interessa a nós é a solução no campo dos números reais e não no campo dos números complexo).

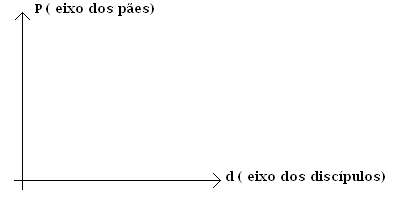
Cálculo matemático do enigma:

A lógica me diz que se os dois textos fossem juntados em um só, então a quantidade de pães e peixes necessários para realizar o milagre seria a quantidade de pães e peixes do primeiro texto mais a quantidade de pães e peixes do segundo texto.

Tendo juntado os dois textos e supondo que sejam desconhecidos os números de pães e peixes na segunda multiplicação, lembrando que ao juntar os dois problemas a multidão presente é igual à soma das quantidades de pessoas que havia na primeira e segunda multiplicação de pães e peixes.

O texto poderia ficar, matematicamente, da seguinte forma: “E Jesus disse-lhes: Quantos pães tendem? E eles disseram: pães e peixes, e havia cerca de nove mil homens além das mulheres e crianças”.

Colocaremos esses dados nos eixos cartesianos:



Obs.: Lembre-se que primeiro Jesus dividiu os pães e os peixes com os seus discípulos e estes por sua vez com a grande multidão.

Veja bem, Jesus tem  pães para dividir entre seus doze discípulos. Marcando  e 12 no eixo cartesiano temos:

Para dividir  pelos 12 discípulos é preciso usar a tangente do ângulo teta.





Agora restam peixes para dividir com os seus 12 discípulos é necessário calcular , onde:



·Onde h é um ângulo maior, menor ou igual zero.





Fazendo o produto dos meios pelos extremos:



E substituindo 









Aplicando-se módulo nos dois lados da equação tem-se:





Obtemos a equação acima aplicando a operação modular.

Agora, usando operações matriciais:





Em matemática, se temos três matrizes ,  e , tais que , uma das condições para que essa igualdade seja verdadeira é .

Utilizando-se dessa condição, temos:



Pela teoria da igualdade de duas matrizes em matemática podemos fazer:

**I**  · Temos aqui um sistema de equações lineares

**II** 

Resolvendo esse sistema, temos:

**I** 

**II** 

Substituindo II em I:



Aplicando a raiz quadrada:





Peço a você, caro leitor, que neste momento vá até o livro de São Mateus e leia o versículo 34 do capítulo 15.

Continuando,



Ou seja, havia 10 peixes na segunda multiplicação de pães.

Se você não acredita nisso não importa, mas Deus e a matemática são verdades absolutas, lógico que Deus como o grande criador da matemática.

Observações Finais.

Podemos fazer uma analogia com um círculo perfeito (circulo do relógio de aritmética 12, onde iremos dizer que Jesus seria o centro do relógio e os dozes discípulos seriam os números que representa as horas), sendo que para o mesmo teríamos uma divisão em 12 partes iguais:



Obs.: antes de chegar à solução do enigma através de cálculos eu tinha feito à previsão da resposta através do círculo do relógio de aritmética doze, ou seja, se havia dois peixes na primeira multiplicação de pães para fechar o circulo perfeito do relógio de aritmética doze faltaria 10 peixes.

**I** - Representando os pães na primeira multiplicação:



**II** - E representando os pães na segunda situação:



Somando-se I e II, temos:



Um círculo perfeito.

Agora, se o fizermos em relação aos peixes:

**I** – Os peixes na primeira multiplicação:



**II** – Analogamente ao caso dos pães, precisamos, para preencher o círculo perfeito, de dez peixes na segunda multiplicação:



Somando-se I e II, temos:



Um círculo perfeito. (É como se os discípulos ficassem em uma posição circula e Cristo no meio do circulo formado pelos discípulos e assim sendo Cristo iria a cada um deles e daria um pão e um peixe e estes por sua vez repartiriam esses pães e peixes com a grande multidão.).

Obs. É como que o pensamento de Deus fosse fechar o círculo de aritmética doze ao se somar à quantidade de pães e peixes presentes nos dois textos.

Por favor, meditem bem nessas palavras que acabaram de ser ditas a vocês caros leitores evangélicos ou não, ateus ou não ateus...

E lembre-se que os textos falam peixes e pães concluindo-se que a quantidade de pães e peixes seria número inteiro positivos...

**Deus abençoe a todos vocês!**

Obs. Peço aos caros leitores que me enviem as suas opiniões e críticas sobre esses artigos.

Cidade: Petrolina – PE

Autor do trabalho sobre o “**enigma matemático milenar de Jesus Cristo”:**

Sóstenes Rônmel da Cruz

E-mail: pauloteno@bol.com.br