UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

PEDRO ROMÃO BATISTA DE VASCONCELOS PEREIRA

A APRENDIZAGEM DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O SOFTWARE WINPLOT

Campina Grande/PB
2006

PEDRO ROMÃO BATISTA DE VASCONCELOS PEREIRA

A APRENDIZAGEM DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O SOFTWARE WINPLOT

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof[a]. Msc. Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB
2006

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

P436a Pereira, Pedro Romão Batista de Vasconcelos.

A Aprendizagem do gráfico da função quadrática com o software winplot./ Pedro Romão Batista de Vasconcelos Pereira. – Campina Grande: UEPB, 2006.

62f.: il. color.

Monografia (Trabalho Acadêmico Orientado - TAO) – Universidade Estadual da Paraíba

1. Matemática – Ensino 2. Funções Quadráticas I. Título

22. ed. CDD 372.7

PEDRO ROMÃO BATISTA DE VASCONCELOS PEREIRA

A APRENDIZAGEM DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O SOFTWARE WINPLOT

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

MONOGRAFIA APROVADA EM:

BANCA EXAMINADORA

Prof[a]. Msc. Kátia Maria de Medeiros
Departamento de Matemática e Estatística – CCT/UEPB
Orientadora

Prof[a]. Msc. Maria Isabelle Silva Borges
Departamento de Matemática e Estatística – CCT/UEPB
Examinadora

Prof. Msc. Pedro Lúcio Barboza
Departamento de Matemática e Estatística – CCT/UEPB
Examinador

À minha mãe, pelo cuidado e companhia; ao meu pai, pela incompreensão e distanciamento, os quais fizeram-me evoluir; e a alguns professores, que me ajudaram no percurso. Além destes, dedico esta monografia a alguns colegas especiais que, por já saberem quem são, posso simplesmente agradecer omitindo seus nomes.

AGRADECIMENTOS

À UEPB, pela oferta do curso; à minha orientadora e ao professor Carlos, que nos forneceu uma turma no Colégio Estadual da Prata para a realização de nossa pesquisa.

"A educação atual e as atuais conveniências sociais premiam o cidadão e imolam o homem. Nas condições modernas, os seres humanos vêm a ser identificados com as suas capacidades socialmente valiosas... A insistência nas qualidades socialmente valiosas da personalidade, com exclusão de todas as outras, derrota finalmente os seus próprios fins. O atual desassossego, descontentamento e incerteza de propósitos testemunham a veracidade disto. Tentamos fazer homens, bons cidadãos de estados industriais altamente organizados: só conseguimos produzir uma colheita de especialistas, cujo descontentamento em não serem autorizados a ser homens completos faz deles cidadãos extremamente maus".

Aldous Huxley

RESUMO

Os alunos têm apresentado muitas dificuldades no estudo da representação gráfica da função quadrática. Nesta monografia apresentamos um estudo do gráfico da função quadrática realizado com o auxílio do software educacional Winplot. Tal estudo foi motivado, principalmente, pelas enormes dificuldades de interpretação gráfica que os alunos apresentam em um campo tão importante como é o das funções. Desenvolvemos a metodologia considerando a teoria construcionista de Seymour Papert.

O objetivo geral da nossa pesquisa foi estudar as diferentes representações gráficas da função quadrática através do software Winplot, e os objetivos específicos foram propiciar o surgimento de uma relação parcialmente autônoma entre o aluno e o conhecimento matemático na aprendizagem da função quadrática com o uso do Winplot; desenvolver e utilizar uma metodologia que insira o Winplot nas aulas como um instrumento importante, que não seja dispensável; desenvolver a capacidade, nos alunos, de interpretarem os diversos gráficos da função quadrática, apreendendo significados, valores, etc., e generalizar casos particulares do gráfico da função quadrática para se chegar, junto com os alunos, às conclusões gerais no que concerne ao caso genérico: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

A pesquisa foi realizada em uma turma de 1º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual da Prata, em Campina Grande, no período de maio a julho de 2006. Dos resultados podemos inferir que a utilização do Winplot para a aprendizagem das representações da função quadrática trouxe melhores possibilidades para o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Palavras-Chave: Função Quadrática; Informática na Educação Matemática; Winplot; Ensino Médio.

ABSTRACT

The pupils have presented many difficulties of graphical representation of the quadratic function. In this monograph we present a study of the graph of the carried through quadratic function with the aid of educational software Winplot. Such study he was motivated, mainly, for the enormous difficulties of graphical interpretation that the pupils present in a so important field as he is of the functions. We develop the methodology considering the constructionism theory of Seymour Papert.

The general objective of our research was to study the different graphical representations of the quadratic function through Winplot software, and the specific objectives had been to propitiate the sprouting of a partially independent relation between the pupil and the mathematical knowledge in the learning of the quadratic function with the use of the Winplot; to develop and to use a methodology that inserts the Winplot in the lessons as an instrument important, that is not dispensable; to develop the capacity, in the pupils, to interpret the diverse graphs of the quadratic function, apprehending meanings, values, etc., and to generalize particular cases of the graph of the quadratic function for if arriving, together with the pupils, the conclusions generalities in that it concerns the generic case: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

The research was carried through in a group of 1º year of College "Estadual da Prata", in Campina Grande, the period of May the July of 2006. Of the results we can infer that the use of the Winplot for the learning of the representations of the quadratic function brought better possibilities for the cognitivo development of the pupils.

Key Words: Quadratic function; Computer science in the Mathematical Education; Winplot; Average education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho foi fruto, basicamente, de duas necessidades: desenvolver a capacidade interpretativa dos alunos no que concerne ao estudo dos gráficos das diversas funções quadráticas, e inserção das novas tecnologias na educação. Para tanto, fizemos uso do computador no estudo da função quadrática, especificamente para o estudo do seu gráfico no plano cartesiano: utilizamo-nos de recursos dinâmicos para tal estudo, oferecido a nós por um software educacional, chamado Winplot, cuja finalidade é a plotagem de gráficos das diversas funções existentes.

Quanto a organização deste trabalho, ele está dividido da seguinte forma: o capítulo I trata da parte histórica da função e da informática na educação; o capítulo II versa sobre a problematização; no capítulo III temos exposto a fundamentação teórica; o IV trata do software que utilizamos na pesquisa; no capítulo V, temos o objetivo e a metodologia; a seqüência didática é descrita e analisada no capítulo VI; logo depois deste, na última parte, por fim, fechamos com a conclusão.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

- Estudar as diferentes representações gráficas da função quadrática através do software Winplot.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Propiciar o surgimento de uma relação parcialmente autônoma entre o aluno e o conhecimento matemático na aprendizagem da função quadrática com o uso do Winplot.
- Desenvolver e utilizar uma metodologia que insira o Winplot nas aulas como um instrumento importante, que não seja dispensável.
- Desenvolver a capacidade nos alunos de interpretarem os diversos gráficos da função quadrática, apreendendo significados, valores, etc.
- Generalizar casos particulares do gráfico da função quadrática para se chegar, junto com os alunos, às conclusões gerais no que concerne ao caso genérico: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

3. METODOLOGIA

A nossa pesquisa foi realizada no Colégio Estadual da Prata, com 19 alunos de uma turma de 1º ano do Ensino Médio. Ao todo, foram cinco aulas realizadas entre maio e julho de 2006, dentre as quais três foram no laboratório de informática e as outras duas em sala de aula.

Para lograrmos êxito na busca por nossos objetivos, a pesquisa foi dividida, basicamente, em três etapas: pré-teste, estudo realizado no laboratório e em sala de aula, e pós-teste.

Com o pré-teste, evidentemente, pretendíamos conhecer os alunos e verificar quais suas carências e potencialidades, principalmente no assunto a que nos propusemos trabalhar com eles. O pós-teste serviu-nos para avaliarmos o trabalho feito, a partir de uma comparação com o pré-teste.

Quando às aulas, ao todo foram cinco aulas ou encontros, excluindo-se, claro, os momentos de aplicação do pré-teste e do pós-teste. A 1ª, 2ª e 4ª aulas foram realizadas no laboratório de informática; as demais, em sala de aula. Para as aulas no laboratório, como este só dispunha de catorze computadores (quinze no início), dividimos a turma em outras duas. Dessa forma, pelo horário, tínhamos três encontros com a turma semanalmente: dois encontros de 90 minutos, quando íamos para o laboratório, e um encontro de 45 minutos, onde íamos para a sala de aula.

3.1. INFORMAÇÕES ACERCA DO PRÉ-TESTE: OBJETIVOS

O pré-teste era composto por sete questões, das quais três não tinham relação direta com o assunto: tratava-se da necessidade de se saber quais conhecimentos tinham os alunos acerca do uso do computador na escola. As outras quatro abordavam o assunto diretamente.

Os nossos objetivos com as questões do pré-teste eram os seguintes: a primeira questão, que era subdividida em seis itens, teria a incumbência de, por assim dizer, introduzir a função quadrática aos alunos, pois iríamos iniciar o estudo do gráfico da função do segundo grau no primeiro semestre — devido a circunstâncias irremediáveis —, justamente quando os alunos ainda não tinham iniciado o seu estudo[1]; a segunda questão era sobre sinais e imagem; a terceira era um problema sobre valor mínimo[2]; e a quarta, apesar do aspecto simples, abrangia várias coisas, dentre as quais: relação do coeficiente *a* da função quadrática com a concavidade, relação do coeficiente *c* e a intersecção da parábola com o eixo *y* do plano cartesiano, translação vertical e horizontal da parábola e coeficiente *b*, etc. As questões cinco, seis e sete eram sobre o computador e a informática

Por fim, é importante ressaltar que não atacamos diretamente as raízes, sendo estas inseridas e trabalhadas de acordo com outras necessidades — no estudo dos sinais, por exemplo —, e que a primeira questão ficou um tanto deslocada em relação aos objetivos que pretendíamos alcançar, podendo-se afirmar até que cometemos um equívoco ao a elaborarmos e a colocarmos da maneira como a elaboramos e da maneira como a colocamos[3].

[1] Portanto, no nosso caso, invertemos a metodologia tradicional para o início do estudo do assunto aqui tratado: começamos explorando os gráficos das funções para só depois recairmos em formalizações. Entretanto, veja-se que o ideal seria que os alunos já tivessem de antemão algum conhecimento mais aprofundado de função quadrática, isto é, o nosso trabalho não deveria introduzir as funções do segundo grau, mas explorar a parte interpretativa dos alunos em relação aos gráficos.

[2] Observe-se que, mesmo uma questão como esta, aparentemente apenas algébrica, envolve interpretação gráfica.

[3] Foi um erro percebido depois: a questão deveria ter sido menor, para dar mais espaço para outras.

4. REVISÃO DE LITERATURA

4.1. ALGUNS ASPECTOS DA FUNÇÃO NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

O conceito de função foi se desenvolvendo ao longo da história, isto é, precisou-se de vários séculos para que desde as primeiras noções intuitivas, chagássemos ao complexo estudo das funções, presente em nossos dias. Como diz Eves (2004): "*O conceito de função... passou por evoluções acentuadas. O estudante de matemática perceberá bem esse fato ao atentar para os vários refinamentos desse processo evolutivo que acompanham seus progressos escolares...*".

Possivelmente, os babilônios tinham uma idéia, não pouco vaga, de função: sabe-se de tábuas de quadrados, de cubos e de raízes quadradas utilizadas por eles na Antiguidade, principalmente no campo astronômico.

Os Pitagóricos, por sua vez, estabeleceram relações entre grandezas físicas, como entre as alturas de sons e comprimentos das cordas vibrantes. No que concerne à variação, Nicolas Oresme utilizou segmentos de reta para representar variações, como por exemplo a representação da velocidade de um móvel ao longo do tempo, utilizando um segmento horizontal e representando a velocidade em cada instante pelo comprimento de um segmento perpendicular.

A utilização de eixos cartesianos para a representação de uma função, todavia, só veio aparecer no século XVII, com o filósofo e matemático francês René Descartes. Neste mesmo século, outras importantes contribuições foram dadas para o desenvolvimento do conceito de função, com destaques para Kepler, com a descoberta das leis sobre as trajetórias planetárias, e Galileu, com o estudo da queda dos corpos e a relação entre espaço e tempo.

No século XVIII, o filósofo e matemático alemão Leibniz criou vários termos e símbolos para o uso na matemática. Foi ele quem primeiro utilizou o termo *função* no desenvolvimento da Análise Matemática. Um pouco mais tarde, a definição de função surge com o matemático suíço Leonard Euler, o qual utilizou pela primeira vez a notação ***f(x)*** e escreveu: "Se x é uma quantidade variável, então toda a quantidade que depende de x de qualquer maneira, ou que seja determinada por aquela, chama-se função da dita variável".

Já no século XIX, apareceu o significado mais amplo de função, definido por Peter Dirichlet, em 1829, que considera a função com os valores de y (variável dependente) fixos ou variando de acordo com os valores atribuídos à variável x (variável dependente).

4.2. A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

O uso da informática na educação tem como marco principiador a década de 20[4], quando Sidney Pressey, então professor da Universidade Estadual de Ohio, desenvolveu uma máquina que permitia uma apresentação automática de testes aos alunos. Posteriormente, no início da década de 50, Skinner[5] propôs uma máquina de ensinar usando o conceito de instrução programada[6].

Com o advento do conceito de ensino programado, surgiram pesquisas sobre as possibilidades da utilização do computador no ensino. No início dos anos 60, diversos programas de instrução programada foram implementados no computador: nascia assim a instrução auxiliada por computador[7].

Na década de 70, com a invenção e o desenvolvimento dos microcomputadores, a informática ganhou mais força, e os computadores passaram a ser utilizados mais freqüentemente nas escolas. No final da década de 60, Seymour Papert, professor da Massachusetts Institute of Tecnology (MIT), desenvolveu o LOGO, isto é, uma linguagem de programação que introduz a concepção de *micromundos*[8] a partir da teoria construtivista de Piaget.

Nos anos 80, com os avanços e as grandes perspectivas criadas pela Inteligência Artificial (IA), foi possível desenvolver um certo grau de inteligência e agregá-la à instrução auxiliada por computador. A incorporação da Inteligência Artificial aos sistemas

---

[4] Cf. Dullius e Haetinger

[5] Burrhus Frederic Skinner (1904 – 1990), psicólogo norte-americano e um dos maiores representantes do behaviorismo ou comportamentalismo, corrente que dominou o pensamento e a prática da psicologia até 1950 em escolas e consultórios.

[6] A instrução programada, de início, apresenta o conteúdo a ser ensinado na forma de módulos seqüenciais, isto é, pequenos segmentos logicamente encadeados. Em cada módulo, depois de ler o conteúdo, o estudante é questionado sobre o que lhe foi apresentado: caso acerte, passa para o módulo seguinte; caso erre, permanece no mesmo módulo.

[7] Trata-se de um método de ensinar que utiliza o computador apenas como um recurso pedagógico.

[8] Micromundos pode ser descrito como sendo simulações no computador, onde o estudante pode construir por si mesmo, tendo para isso um ambiente capaz de fazê-lo pensar sobre o que é pensar e aprender como aprender.

informatizados deu origem à instrução inteligente assistida por computador, como, por exemplo, os sistemas tutoriais inteligentes.

Aqui no Brasil, a história da informática na educação nasceu no início dos anos 70, a partir de algumas experiências da UFRJ, UFRGS e UNICAMP. Foi na década de 80, porém, que a informática direcionada para a educação ganhou alicerces mais firmes, através de atividades diversas que permitiram que essa área obtivesse uma identidade mais forte e uma maturidade razoável.

4.3. UM OLHAR HISTÓRICO SOBRE O USO DA TECNOLOGIA EDUCACIONAL NO BRASIL

Aqui no Brasil, no final da década de 60, tentou-se planejar a educação buscando-se uma organização racional e científica para a mesma. O resultado foi um conjunto de planejamentos educacionais que tinham como meta a formação profissional técnica, o que era exigido pelo contexto sócio-cultural vigente no país — crescimento econômico e processo de industrialização.

Nesse contexto, procurava-se, por meio do uso de instrumentos tecnológicos, adequar a escola ao modelo de desenvolvimento econômico: surge, então, o uso da tecnologia educacional, que foi acompanhada de um entusiasmo considerável por parte dos educadores. Entretanto, a despeito do entusiasmo, nas escolas, os instrumentos educacionais ganharam demasiada relevância, uma relevância que transpôs os limites do sensato, rebaixando para um nível inferior os sujeitos que constituem o processo ensino-aprendizagem.

Diante disso, alguns educadores começaram a repensar a educação. Houve um interesse no sentido de se buscar novas tendências para o uso da tecnologia educacional, visando, além de um sistema de ensino mais adequado à situação socioeconômica do brasileiro, uma escola mais eficiente. Foi assim que nos anos 80, ao invés de recursos como videocassetes, TVs, retroprojetores, etc., o computador passou a se destacar como um dos principais instrumentos no processo de ensino e aprendizagem[9].

Em 1981, teve início a PIE — Política de Informática Educativa —, que objetivava inserir o computador no processo de ensino e aprendizagem, almejando melhorar, dessa

---

[9] Indubitavelmente, o baixo custo dos computadores nos anos 80 também contribuiu bastante para uma "popularização" dos computadores nas escolas.

forma, a qualidade de ensino. Já em 1983, o Ministro da Educação, também em virtude do crescente desenvolvimento da informática no Brasil, cria o projeto EDUCON — Educação por Computadores —, que visava estimular as pesquisas voltadas para a aplicação das tecnologias computacionais no processo educativo. Nessa mesma década, o MEC/CNPQ coordenaram uma série de ações que conseguiram alguns resultados, como a formação de equipes especialistas em educação, ciência e tecnologia; a integração de pesquisadores de universidades com alunos e professores do sistema público de ensino; produção de *softwares* educacionais e estudos sobre suas possibilidades e limitações.

Atualmente, é crescente o número de estudos desenvolvidos acerca do uso das “novas” tecnologias na educação; crescente também é o número de recursos que surgem para o uso no processo de ensino e aprendizagem. Todavia, malgrado alguns esforços dos governos, o uso dessas tecnologias ainda está muito restrito, principalmente no sistema público.

4.4. PROBLEMÁTICA

4.4.1. O ATUAL ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Poucos assuntos na matemática têm tanta aplicação prática como as funções, dentre as quais, primordialmente, e já nos referindo a aplicações corriqueiras, podemos destacar as funções afim e quadrática.

Não de hoje, mas faz muito tempo que o ensino da função quadrática ocorre, em geral, da seguinte maneira: primeiro, mesmo antes de se explorar qualquer situação-problema, define-se função quadrática; depois, dá-se alguns exemplos soltos aos alunos; posteriormente começa-se a falar em gráficos, pontos notáveis da parábola e raízes; encerra-se o assunto com inequações. Algumas de suas características interessantes, por exemplo, a variação de seu sinal, geralmente é dado de forma técnica, através da exibição de uma espécie de tabela que gira em torno dos possíveis valores de delta e do coeficiente *a*[10].

[10] Para o aluno que compreende bem o plano cartesiano e a função afim, um simples esboço mental do gráfico de uma determinada função quadrática já lhe mostra nitidamente onde ela é positiva, negativa, ou neutra. No entanto, como a interpretação é pouco trabalhada, muitos alunos recorrem a certas formalizações.

Dessa forma, prioriza-se a exibição formalizada de todo o conteúdo, em detrimento mesmo do significado abarcado pelo estudo das funções. O entendimento por parte dos alunos é muitas vezes confuso, sendo a interpretação algo pouco trabalhado nas salas de aula. Os próprios livros didáticos sempre apresentaram falhas graves[11].

Um início de solução para tais problemas seria, sem dúvida, uma exploração mais aprofundada do conteúdo por parte dos alunos, ou melhor, em outros termos: os alunos precisam explorar e buscar os seus próprios significados, já que a exploração praticamente não ocorre por parte deles. Por exemplo, uma grande dificuldade apresentada pelos alunos e que foi constatada pela nossa pesquisa diz respeito ao sinal da função, seja quadrática ou não: no estudo da função do primeiro grau é passado aos alunos que, quando o coeficiente a é positivo, a função é positiva depois de sua raiz no eixo real. Mas, na verdade, a melhor maneira de se apresentar um tal fato aos alunos é fazendo eles "entenderem" isso através do próprio gráfico da função. Conseqüentemente, no estudo da função quadrática, se se mudar a metodologia e apresentarmos situações exploratórias e que exigem interpretação gráfica, os alunos se perdem, já que só aprenderam a trabalhar com "fórmulas".

Neste caso, e especialmente neste caso, as novas tecnologias podem dar uma poderosa força aos professores a partir do momento em que possibilitam um meio extremamente dinâmico de exploração. Em nossa pesquisa, por exemplo, preparamos atividades no software Winplot onde os alunos exploravam livre e dinamicamente o gráfico da função quadrática, através da modificação de todos os seus coeficientes e das respectivas mudanças que ocorriam no gráfico depois dessas modificações — os alunos poderiam, assim, entenderem melhor como "funciona" o gráfico de uma função quadrática a partir da exploração de dezenas de situações diferentes em um muito curto intervalo de tempo.

4.5. O ENSINO TRADICIONAL DE FUNÇÃO

O ensino tradicional de função, onde não se prioriza a construção do conhecimento por parte dos alunos, isto é, não instiga os alunos a explorarem situações desafiadoras, é estático em sua estrutura e monótono em seu caminho: percorre-se apenas um caminho único, para o

[11] Como nos diz Angelim e Verônica Gitirana (2002): "*... percebemos que alguns livros não estão de acordo com as propostas feitas nos PCNs, pois não se utilizam de exemplos práticos para definir as diferentes famílias de função e há uma grande concentração no uso das fórmulas nos seus exercícios. Em todos eles são escassas atividades que modelam fórmulas a partir de contextos ou mesmo de gráficos*".

bem de alguns poucos alunos — "Os de capacidade mediana", como dizia Anísio Teixeira — e para o prejuízo dos alunos de capacidade elevada e daqueles menos aptos — em síntese, é um caminho excludente, pois trata-se apenas de um único caminho e que é inadequado para muitos. A estrutura, por sua vez, é estática porque não permite inúmeras representações, principalmente em se tratando de gráficos, ficando a compreensão dos alunos a mercê de uma possível imaginação forte que porventura eles apresentem. Em nada é surpreendente, portanto, que os alunos tenham muitas dificuldades em interpretarem gráficos sem o auxílio de recursos mecanizados. O caminho, como já foi dito, é a exploração, e para tanto as novas tecnologias educacionais oferecem possibilidades não pouco importantes.

4.6. ALGUMAS PALAVRAS ACERCA DO CONSTRUTIVISMO

É presente em quase todos os "educadores"[12] a opinião de que o conhecimento é algo que deve e precisa ser construído. Ele é o resultado da ação do sujeito sobre os diversos objetos, sejam eles concretos ou abstratos, e não um efeito da memorização ou da retenção de conhecimentos que já estão prontos.

O maior representante do construtivismo é, sem dúvida, Jean Piaget[13]. Para Piaget, o conhecimento não é predeterminado pelas estruturas internas do sujeito, pois estas estão continuamente em transformação; tampouco é predeterminado pelas características dos objetos, porquanto estas só são conhecidas através daquelas estruturas: todo conhecimento nasce de uma interação e por isso mesmo é construído individualmente por cada sujeito, já que cada sujeito possui estruturas únicas e cada interação, por conseguinte, também é única.

Nos estudos feitos por Piaget, fica claro, de acordo com o seu sistema, que o conhecimento não se origina de um sujeito consciente de si mesmo, nem tampouco de objetos constituídos do ponto de vista do sujeito. O conhecimento resulta da interação entre sujeito e objeto e tal interação surgiria a partir da ação do sujeito sobre o objeto: dessa forma, o sujeito é que se apropria do objeto, apreendendo-o em toda a sua amplitude e, a partir de sua própria perspectiva, construindo uma rede de significados únicos onde aquele objeto passa a se inserir e a ter sentido por manter um conjunto de relações com diversos conhecimentos ou

---

[12] As aspas indicam que estamos usando a palavra no sentido popular, pois não acreditamos que existam educadores, mas o ser humano se educa sozinho, no máximo sendo apenas e tão-somente auxiliado.

[13] Biólogo e psicólogo suíço. Foi professor de psicologia da Universidade de Genebra e fez relevantes estudos na área da educação, principalmente no campo do desenvolvimento cognitivo das crianças.

significados já apresentados pelo sujeito. Nessa perspectiva, o conhecimento é visto como uma grande rede, na qual, através da ação do sujeito, cada novo significado se insere nela, alterando-a[14]. Nesta rede, não existe um conhecimento que esteja isolado: neste caso, um tal conhecimento não teria sentido ou utilidade para o sujeito e seria logo descartado (ele teria sido memorizado)[15].

Vê-se, pois, que todo conhecimento verdadeiro é construído e que cada novo conhecimento só terá sentido para o sujeito que conhece se ele, de alguma forma, ter um significado próprio para o sujeito ou se ele mantém relações com significados e conhecimentos relevantes.

4.7. A TEORIA CONSTRUCIONISTA

Seymour Papert (vide sua biografia nos anexos) deu uma contribuição significativa no campo do uso das tecnologias na educação. Papert foi aluno de Piaget e deste assimilou muitas idéias, propondo a utilização da informática no ensino e aprendizagem da matemática, primordialmente na geometria, com um dos objetivos sendo o de acabar com a chamada "matematofobia"[16]. Neste último campo, especificamente, Papert foi de tal importância que pode ser considerado um marco no pensamento direcionado ao uso dos computadores para a aprendizagem: criou e desenvolveu a linguagem LOGO.

O LOGO é uma espécie de linguagem de programação, desenvolvida principalmente para o campo educativo e para ser utilizada pelas crianças. Trata-se de uma linguagem interpretativa, que pode ser usada de uma maneira interativa. Dessa forma, é criado um ambiente diferente para a aprendizagem, onde os alunos podem agir sobre o objeto, criando, interpretando, fazendo deduções, definindo novos percursos, etc. A linguagem LOGO ainda permanece como um grande marco na história da tecnologia educacional.

Muito influenciado pelas idéias de Piaget, Papert observou que a criança deve ser vista como construtora do seu próprio conhecimento, e que este não é transmitido de forma linear,

---

[14] Na teoria de Piaget, no que se refere ao ponto em questão, temos dois processos: assimilação e acomodação. Na assimilação, teríamos a apreensão do objeto por parte do sujeito; na acomodação, temos a adequação desse objeto às atuais estruturas ou esquemas apresentados pelo sujeito, modificando-os e dando origem a um novo esquema.

[15] Como escreveu Rubem Alves: a natureza é inteligente: esquecemo-nos de quase tudo que "aprendemos" na escola, pois quase nada daquilo servia para nossa existência. (Obs.: as palavras exatas não foram estas).

[16] Aversão pela matemática.

mas construído. O construtivismo nos diz que o conhecimento é construído interiormente no espírito de cada pessoa; Papert, por sua vez, complementa essa visão dizendo que a melhor maneira de se construir o conhecimento é construindo algo palpável externamente: é o que se chama de *construcionismo*. Adotando essa perspectiva, pode-se dizer que os pensamentos que permeiam o construcionismo são um pouco mais abrangentes do que os que constituem o construtivismo: enquanto este afirma que o conhecimento não pode ser transmitido, mas só pode ser construído a partir da interação do ser que conhece com o objeto do conhecimento, aquele outro afirma o mesmo, acrescentando que tal objeto deve ser algo visível, que se pode tocar e manipular: o conhecimento se constrói mais satisfatoriamente através da construção e manipulação dos objetos com que se deve interagir.

4.8. O BOM USO DO COMPUTADOR NA EDUCAÇÃO

É certo que a informática desenvolveu-se de forma surpreendente e que uma mudança de cultura vem ocorrendo para boa parte dos alunos: a tecnologia vai invadindo a vida das pessoas gradativamente. Vêem-se nos colégios, por exemplo, muitos alunos portando celulares, conversando entre si sobre e-mails, MSN, comunidades, orkut, etc[17]. Em muitas áreas tivemos uma verdadeira invasão da informática, que, sem sequer batendo na porta ou pedindo licença, invadiu tempestivamente os lugares. Na educação, no entanto, esta invasão ainda está para ocorrer, mas vai ocorrer, cedo ou tarde.

Algumas escolas já levam seus alunos para o laboratório de informática. A maioria das atividades propostas se relaciona menos com atividades exploratórias do que com pesquisas na Internet: a pressão cresce e muitos se vêem forçados a utilizar o computador nas aulas, mas geralmente não o fazem de uma maneira... "adequada".

[17] Evidentemente, esta não é a realidade padrão.

4.8.1. AMBIENTES EDUCACIONAIS INFORMATIZADOS

Antes de se discutir como deve ser um ambiente informatizado adequado, deve-se sempre ter em mente que tipo de processo se pretende[18]. Por exemplo, em um processo de ensino-aprendizagem alicerçado nos padrões tradicionais, as pesquisas na Internet supracitadas podem vir a calhar. Por outro lado, partindo do pressuposto de que o próprio aluno é que aprende, é que se educa, é que se desenvolve, então tais atividades podem ser infrutíferas, pois os alunos tão-somente copiam determinados textos da Internet, organizam-nos e, muitas vezes sem lerem todo o material, imprimem e entregam[19]. Todavia, como adotamos a proposta construcionista, então passaremos a considerar o ambiente informatizado a partir desse prisma.

Um erro sempre comum e já muito bem visto por muitos é o de imaginar que o simples uso do computador por si só já garante uma melhor qualidade de ensino. Que isso não procede, não é preciso raciocinar muito para concluir. Mas, então, se é para os alunos construírem o seu próprio conhecimento, como deve ser o uso do computador? Primeiramente, é bom que se ressalte que, quando falamos em construção do conhecimento, automaticamente também falamos em exploração, porquanto o conhecimento, além dessa forma que estamos a considerar e que envolve necessariamente exploração[20], só pode ser concebido de duas outras maneiras: ou já se nasce com ele (inatismo) ou já se recebe ele pronto: no primeiro caso ele é intrínseco à natureza humana, isto é, não é preciso que façamos coisa alguma para adquiri-lo; no segundo, nós o ganhamos através de um processo de memorização, que por sua vez não é um processo exploratório; ou seja, a exploração está inerentemente ligada à construção e apenas à construção, não podendo ser aplicado aos outros casos. Como conseqüência disso, o uso de softwares e atividades que não estimulem os alunos à exploração é inadequado.

Em segundo lugar, o computador só deve ser inserido em novas atividades se estas forem novas mesmo, isto é, não adianta utilizarmos o computador em uma atividade que pode muito bem ser realizada sem ele. Por conseguinte, a peculiaridade do computador, o que nele

---

[18] Limitando o campo de visão apenas para os softwares, diz-nos Valente (1997): "*Um software só pode ser tido como bom ou ruim dependendo do contexto e do modo como ele será utilizado*".

[19] Estamos até sendo generosos aqui: já presenciamos os alunos "pesquisarem", copiarem o texto, imprimirem e entregarem o trabalho sem sequer lê-lo.

[20] Isto para nós soa como um axioma.

se diferencia, os recursos que só ele tem, o seu poder gráfico e dinâmico, devem sempre ser relevantes quando se pretende utilizá-lo razoavelmente bem.

Por fim, as atividades que com ele se pretende realizar devem estar em concordância com os objetivos a que se pretende chegar.

4.8.2. CARACTERÍSTICAS DE AMBIENTES INFORMATIZADOS ADEQUADOS

Meio Dinâmico

Ao longo da história, todos os sistemas de representação do conhecimento eram estáticos: veja-se, por exemplo, os livros didáticos. No estudo de física com os livros, por exemplo, olhemos para a parte referente à cinemática: nos problemas de velocidade média, aceleração, encontro entre dois carros que partem de direções opostas, etc., temos apenas situações estáticas e sem dinamismo: os carros não se movimentam, os números são sempre os mesmos para a resolução da questão. Partindo para o campo matemático, o estudo de funções também é realizado com o auxílio de sistemas de representação estático: os seus valores não se alteram, os gráficos não se movimentam, a imagem é a mesma. Portanto, uma das características fundamentais dos ambientes informatizados é a possibilidade da representação com caráter dinâmico, contribuindo preciosamente para um bom processo de ensino-aprendizagem.

Meio Interativo

Os ambientes informatizados também possibilitam uma interação direta entre o aluno e as atividades ou situações exploratórias. Por interatividade, entende-se aqui a capacidade que tem o ambiente de retornar reações às ações dos alunos, permitindo-lhe explorar as diversas situações como bem lhe aprouver. Por exemplo, numa construção em geometria com o uso do computador, o aluno pode inscrever uma circunferência em um triângulo, depois mover os vértices do triângulo observando as alterações na circunferência. Em um ambiente informatizado adequado, a interação sempre há de existir.

Meio Para Simulação ou Modelagem

Alguns programas oferecem recursos de modelagem, permitindo aos alunos construírem modelos a partir de representações dadas por expressões quantitativas (funções, taxas de variação, etc.) e de relações entre as variáveis que descrevem o processo ou fenômeno. Um bom exemplo de software desse tipo é o Modellus (vide próximo tópico).

4.9. ALGUNS SOFTWARES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Talvez a matemática seja, no campo educativo, a área que tenha mais lucrado com o desenvolvimento da informática e com os modernos softwares direcionados para a educação. Encontramos no mercado dezenas de softwares que objetivam propiciar um melhor ensino da matemática nas escolas. Neste pequeno espaço, falaremos brevemente sobre dois deles[21], dirigindo o nosso olhar para aqueles que fogem do tradicionalismo, não apresentando apenas recursos audiovisuais agradáveis, mas também e principalmente apresentando recursos que permitem aos alunos que explorem meios dinâmicos e interativos.

4.9.1. GEOGEBRA

Eis um programa poderosíssimo para se trabalhar geometria. Parecido com o Cabri-geomètre[22], possui, em relação a este, duas grandes vantagens: trabalha, além da geometria euclidiana, com geometria analítica, e é gratuito. Consideramos o Geogebra um programa relativamente acessível, conquanto possua muitos recursos para montagem de situações exploratórias: nele existe, por exemplo, comando condicional[23], o que o Winplot e o Cabri não possuem[24].

---

[21] O objetivo do nosso trabalho é também o de divulgação.
[22] Famoso programa para se trabalhar geometria euclidiana.
[23] O comando *If* (Se), que permite, além de outras coisas, a construção condicional de determinados objetos ou procedimentos.
[24] Na nova versão do Winplot, a de 15 de julho de 2006, foi inserido um recurso intitulado "texto avaliado", permitindo a exibição de números e cálculos no plano cartesiano enquanto alguns parâmetros, que influenciam tais números e tais cálculos, são alterados. Como ilustração, e fizemos uma atividade dessas na pesquisa, pode-se

Só para se ter idéia do poder desse programa, criamos alguns exemplos ou atividades exploratórias[25]. O primeiro deles é mesmo sobre função quadrática (Figura 1).

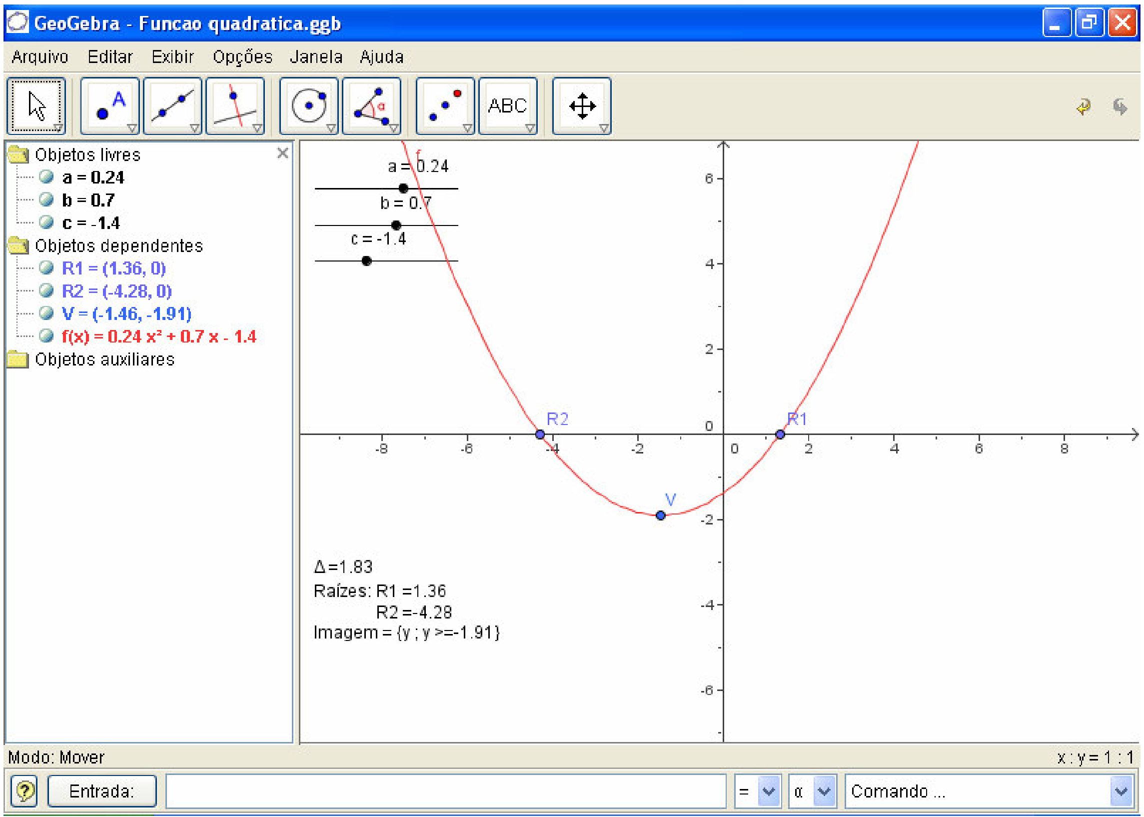


Figura 1: Exemplo com função quadrática no Geogebra.

Nesta situação, o aluno poderá alterar os valores de *a*, *b* e *c* nas três barras situadas na parte superior esquerda do plano cartesiano. Automaticamente, o gráfico será redesenhado e todos os valores serão atualizados (delta, raízes, imagem, etc.).

Criamos também uma outra situação, desta vez envolvendo funções trigonométricas (Figura 2). Nela, o aluno pode, com o auxílio do mouse, definir dinamicamente o arco que imediatamente depois o seno, o cosseno e a tangente serão informados com suas respectivas projeções nos eixos.

criar uma situação com uma função quadrática onde os alunos alteram os valores dos coeficientes *a*, *b* e *c* e o valor de delta vai sendo automaticamente corrigido na tela. Entretanto, apesar dessa novidade importante no Winplot, um comando condicional como o *If* do Geogebra seria muito bem-vindo.

[25] Para fazer o download do programa, consulte: http://www.geogebra.at.

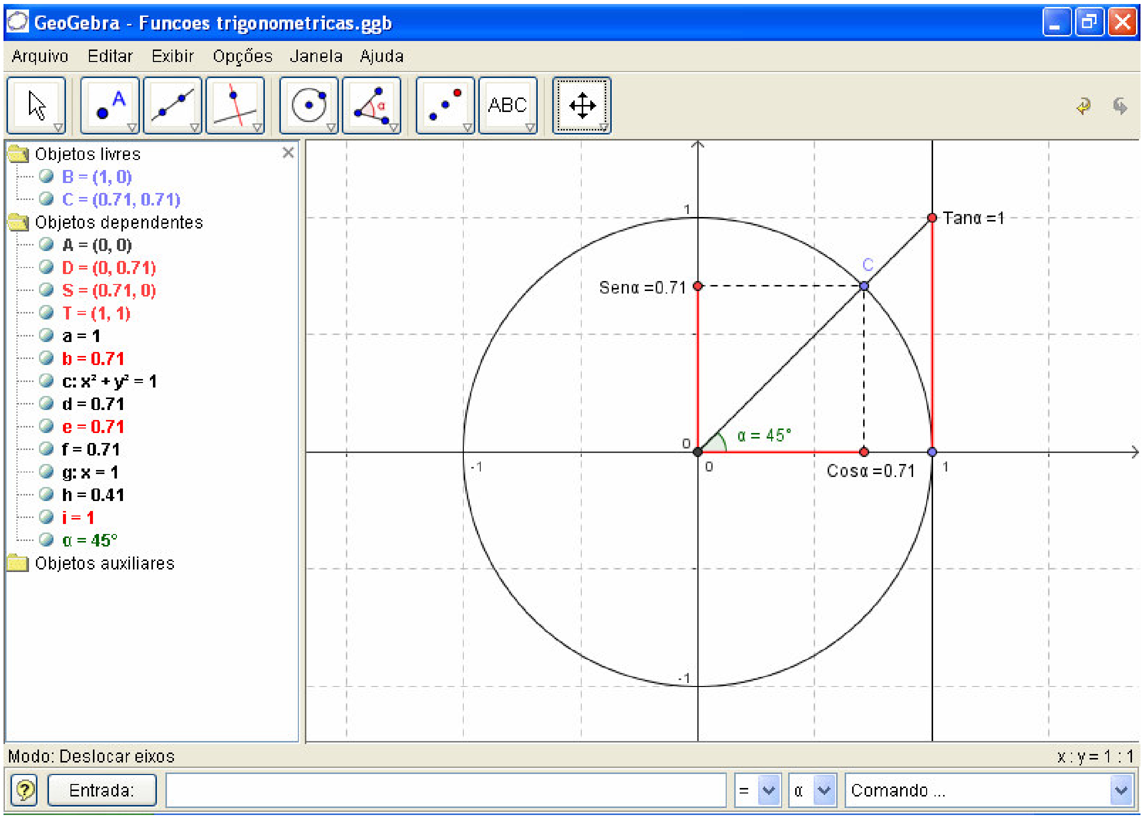


Figura 2: Trabalhando com as funções trigonométricas.

4.9.2. MODELLUS

Segundo Gravina, trata-se de um "*software que permite os alunos realizarem experimentos conceituais, usando para tanto modelos matemáticos dados por funções, derivadas, taxas de variação e equações diferenciais*". Múltiplas representações e dinamismo são duas de suas maiores características (veja figura 3). Com o Modellus, pode-se trabalhar modelagem matemática ou mesmo criar animações e outras situações para o estudo de física[26].

[26] Mais informações acerca do Modellus, principalmente suas aplicações em física, consulte página da UFPB, especificamente o endereço: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/port/modellus.htm, onde são disponibilizados informações e exemplos. Para download do programa, consulte: http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus.

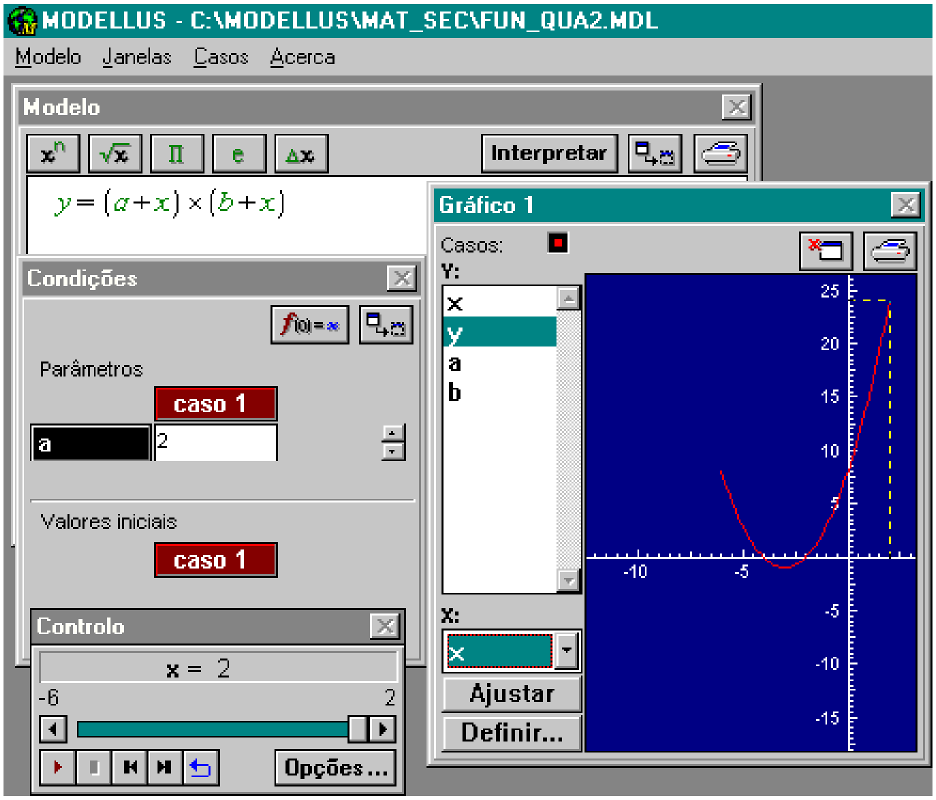


Figura 3: Modellus.

4.10. NOSSA PROPOSTA

No que se refere às atividades em si mesmas nos ambientes informatizados, temos dois tipos: atividades de expressão e atividades de exploração.

A atividade de expressão é aquela na qual o aluno cria o seu próprio modelo para expressar suas idéias. Criado o modelo, o aluno pode explorá-lo, fazer conjecturas, modificá-lo, experimentá-lo aleatoriamente ou de forma padronizada, etc. Já na atividade de exploração, os alunos são apresentados a um modelo pronto: o objetivo da atividade é fazer com que os alunos explorem aquela atividade para analisarem e compreenderem o que ali está representado.

A nossa proposta baseou-se nas atividades de exploração: os alunos não tiveram a oportunidade de criar seus exemplos e situações, mas foram induzidos a explorarem as atividades e os modelos por nós elaborados para que, a partir daí, pudessem tirar suas próprias conclusões. Observe-se ainda que o não uso do software impossibilitaria completamente essa nova abordagem, tendo sido ele de vital importância para nossa pesquisa e para a realização da nossa proposta, e que a exploração é um caminho muito eficaz para os alunos desenvolverem seus próprios saberes e adquirirem uma certa autonomia e independência intelectual.

5. O SOFTWARE UTILIZADO: WINPLOT

5.1. INFORMAÇÕES BÁSICAS

O Winplot, basicamente, é um programa feito para plotar gráficos (Win**plot**) de funções de uma ou duas variáveis, utilizando o Windows (**Win**plot). Ele é classificado como *freeware*, ou seja, ele é um software gratuito e que apresenta, além da gratuidade, muitas outras vantagens: é de fácil uso, pequeno (não é preciso um computador de última geração para rodá-lo, além de ser possível transportá-lo em um mero disquete), pode ser usado no Windows 95/98/ME/2K/XP, além de possuir outra grande vantagem: tem uma versão em português. O Winplot é atualizado constantemente, e a versão que utilizamos no nosso estudo é a de 15 de julho de 2006.

5.2. UM POUCO DE SUA HISTÓRIA

Por volta de 1985, o professor Richard Parris, da Philips Exeter Academy, desenvolveu o Winplot. Escrito em C[27], originalmente, chamava-se PLOT e havia sido projetado para rodar no MS-DOS[28]. Com o advento do Windows 3.1, o programa teve seu nome mudado para Winplot. A versão para o Windows 98 só veio surgir em 2001 e foi escrita na linguagem de programação C++.

5.3. ONDE ENCONTRAR O WINPLOT

[27] Qualquer programa de computador é desenvolvido utilizando-se uma linguagem de programação. Dentre elas, a linguagem C e a C++ (uma ampliação da C) são muito conhecidas.
[28] Sistema operacional que precedeu o Windows. Também desenvolvido pela mesma empresa do Windows (Microsoft), fazia-se presente em todos os computadores nos anos 80 e início dos 90. Trata-se de um dos mais seguros e estáveis sistemas operacionais que já existiram.

Como já foi dito, o Winplot é um programa grátis, ou seja, pode ser copiado da Internet gratuitamente e sem a preocupação com direitos autorais. Ele pode ser conseguido diretamente de sua página oficial, que é a seguinte: http://math.exeter.edu/rparris. Depois de se fazer o *download*[29] do arquivo do Winplot, basta executá-lo para que o Winplot se instale.

5.4. CONHECENDO O WINPLOT

Assim que entramos no Winplot, a seguinte janela será mostrada:

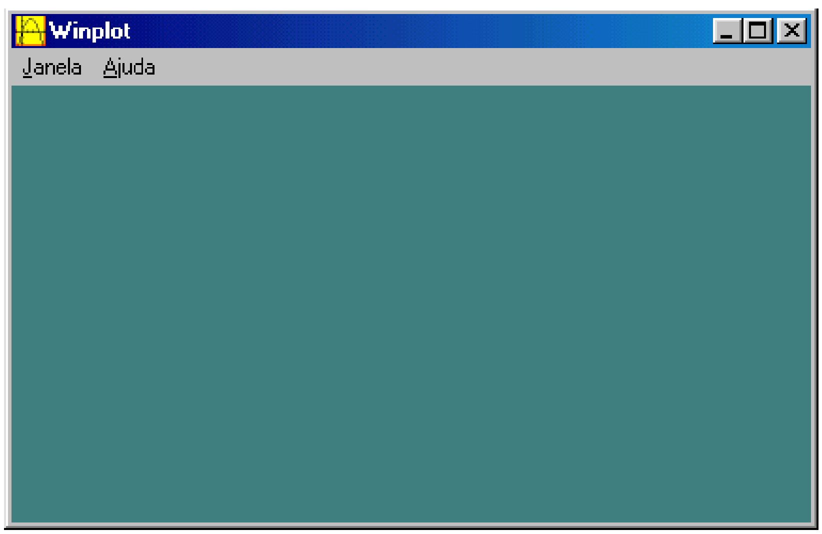


Figura 4: A janela principal do Winplot.

Como se vê existem apenas dois menus na janela principal do programa: *Janela* e *Ajuda*.

No menu *Janela* existem oito opções:

- 2-dim: Abrirá uma nova janela para gráficos de duas dimensões (2D)
- 3-dim: Abrirá uma nova janela para gráficos de três dimensões (3D).
- Adivinhar: Abrirá uma janela e mostrará o gráfico de uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$. Trata-se de uma espécie de jogo, onde o usuário terá que descobrir, a partir do gráfico da função, quais os valores dos coeficientes a, b e c.

[29] Numa rede de computadores interligados, *download* significa a obtenção de uma cópia, em máquina local, de um arquivo originado em máquina remota.

- Mapeador: Funciona, em termos básicos, como uma transformação entre dois planos.
- Planetas: Permite visualizar os caminhos percorridos por um sistema de corpos cujo movimento é regulado por uma força de atração entre os mesmos.
- Abrir Última: Assim que o Winplot for aberto, se esta opção estiver marcada, ele abrirá automaticamente o último arquivo utilizado.
- Sair: Encerra o programa.

Por outro lado, no menu *Ajuda* temos apenas duas opções:

- Ajuda: Abrirá uma nova janela que contém um texto de ajuda de cunho mais geral sobre o programa.
- Sobre: Abrirá uma janela que exibirá as características do software (quem o criou, versão, etc.).

Para se desenhar algum gráfico, escolhe-se o menu "equação". Devido as nossas necessidades, trataremos apenas do primeiro comando deste menu, que é o comando "explícita". Trata-se do comando utilizado para o desenho de funções do tipo $y = f(x)$. Por exemplo, para se plotar o gráfico da função $f(x) = 2x$, procede-se do seguinte modo:

- Escolhe-se a opção "explícita" no menu "equação" (o atalho é <F1>);
- Na nova janela que aparecer, logo na primeira caixa de texto, pede-se a função. Observe que uma função padrão é mostrada (na versão do Winplot que estamos trabalhando, a função é $f(x) = x\sin(x)$); basta apagá-la e escrever a que se deseja, que neste exemplo é $2x$ (não precisa escrever $f(x)$).
- Feito isso, basta clicar em "ok" ou apertar em "enter" no teclado que o gráfico será plotado.

É interessante notar que podemos desenhar vários gráficos ao mesmo tempo em um mesmo plano. Por exemplo, continuando a ilustração acima, se apertarmos <F1> e colocarmos *xx* (ou x^2), teremos então os gráficos das duas funções, $f(x) = 2x$ e $f(x) = x^2$. Veja a figura:

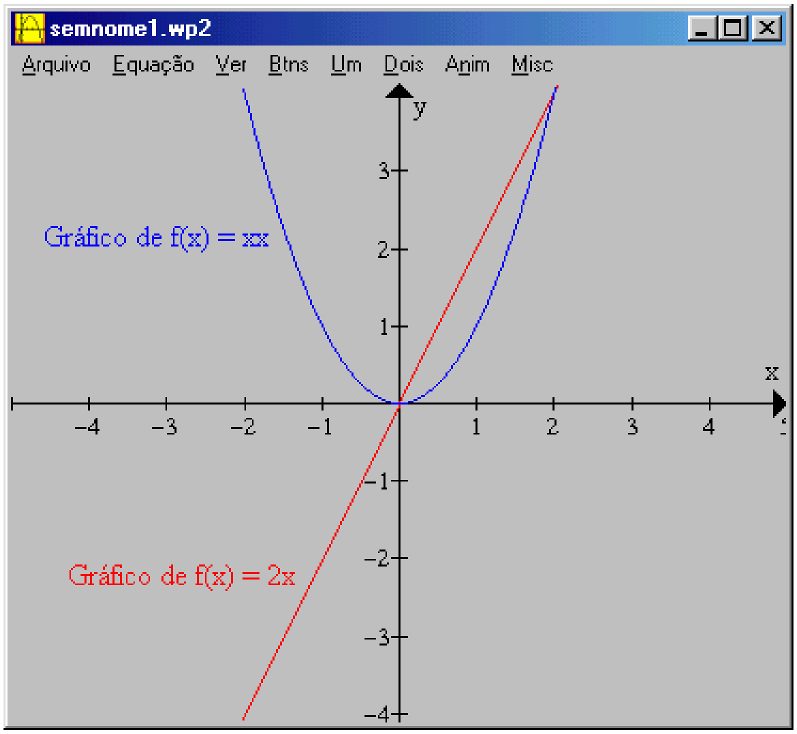


Figura 5: Desenhando gráficos.

Depois que inserimos algum gráfico, uma janela intitulada “inventário” aparece: ela nos permite o gerenciamento dos gráficos e das equações (Figura 6). Eis seus principais recursos:

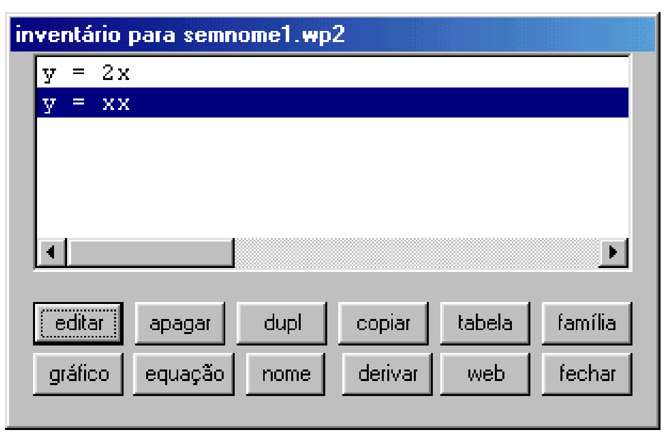


Figura 6: Inventário.

- Editar: permite reescrever a função selecionada e mudar algumas de suas configurações.
- Apagar: apaga o gráfico da função selecionada.

- Gráfico: ocultar/mostrar o gráfico.
- Equação: exibir, no plano cartesiano e ao lado do gráfico da função, a própria função.
- Fechar: fecha o inventário.

6. SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

6.1. ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

O tempo dado aos alunos para a resolução do pré-teste foi de 45 minutos. Estavam presentes 27 alunos, dos quais apenas 19 serão analisados aqui, pois foi que esses que trabalhamos e fizemos o pós-teste.

O pré-teste era composto de sete questões: a primeira, dividida em seis itens, abordava um problema atinente à variação da área na dependência da largura de uma região retangular — a proposta era a de promover uma exploração da questão para, no final, os alunos terem condições de chegar à noção de função quadrática. A segunda questão abordava sinais da função do 2º grau; a terceira era sobre valor mínimo; na quarta pedia-se para que, a partir do gráfico, se achasse os valores de *a*, *b* e *c*. A partir da quinta questão foram abordadas questões referentes à informática e a educação matemática.

Tabela 1: Tabela avaliativa das questões do pré-teste.

Questão	**Acertos totais**	**Acertos parciais**	**Erros**	**Branco**
a da 1ª	0 (0 %)	14 (74%)	2 (11%)	3 (16%)
b da 1ª	0 (0 %)	5 (26 %)	9 (47%)	5 (26%)
c da 1ª	10 (53 %)	7 (37%)	2 (10%)	0 (0%)
d da 1ª	12 (63 %)	1 (5%)	3 (16%)	3 (16%)
e da 1ª	9 (47 %)	1 (5%)	5 (26%)	4 (21%)
f da 1ª	0 (0%)	0 (0%)	16 (84%)	3 (16%)
2ª	0 (0%)	1 (5%)	12 (63%)	6 (32%)
3ª	0 (0%)	0 (0%)	4 (21%)	15 (79%)
4ª	0 (0%)	0 (0%)	1 (5%)	18 (95%)

A primeira questão era um problema no qual a interpretação não se fazia irrelevante. No item *a*, por exemplo, onde se pedia para que o estudante explicasse como a área varia em função da largura, os alunos não o fizeram satisfatoriamente porque não souberam interpretar a questão e o que se pedia: “Não estou entendendo: é para fazer o quê?”, perguntaram. Algo um pouco semelhante ocorreu no item *f*, quando se pedia uma expressão algébrica que representasse a situação; os que fizeram, colocaram simplesmente: $a = bh$, quando o que se pedia era uma função quadrática — os alunos não conseguiram perceber que existiam duas variáveis, uma na dependência da outra, ou seja, não se deram conta, com exceção, parece-me, de um aluno, de que se tratava de uma função, mesmo o item *c* (construção da tabela) manifestando isso explicitamente. Neste caso, portanto, os alunos demonstraram ter dificuldades na interpretação e incapacidade de realizar conexões ou de traduzirem uma situação-problema para um contexto matemático (veja-se, ainda, que embora a maioria tenha construído a tabela — 53% acertaram e 37% praticamente a construíram corretamente —, eles não conseguiram construir o gráfico *área x largura*, o que demonstra grande deficiência, porquanto construção de gráficos foi um assunto visto por eles há muito pouco tempo).

No que se refere às demais questões, a segunda questão era para ter sito respondida por todos ou quase todos, partindo do pressuposto de que com conhecimentos básicos de gráficos de funções (gráficos de funções afins, por exemplo) se resolveria facilmente a questão. No entanto, ninguém acertou completamente a questão! Neste caso, tivemos má interpretação do conceito de função e de gráfico. As questões restantes necessitavam, para serem respondidas, de conhecimentos mais aprofundados acerca de função do 2º grau, ou seja, era de se esperar que não fizessem, conquanto já tenham estudado função quadrática no ensino fundamental (supomos).

6.2. AULAS

6.2.1. AULA PRIMEIRA (MAIO DE 2006)

Neste dia tínhamos quinze computadores à disposição. Dividimos a turma em dois grupos ou duas outras turmas menores. Basicamente, a aula foi a mesma para ambas as turmas.

Inicialmente, foi informado aos alunos qual era o assunto a ser estudado e como o estudo ia ser realizado. Depois, o Winplot foi apresentado aos alunos. Uma pequena explicação acerca do uso do teclado, do mouse e de programa foi dada, pedindo-se aos alunos que explorassem livremente o programa, “ordenando-o” a construir o gráfico que eles quisessem.

Depois dessa introdução e preparação inicial de ambiente, a aula acerca do assunto foi iniciada. Tratava-se de uma aula exploratória e os gráficos explorados foram os seguintes:

1ª situação (Figura 7): $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = 2x^2$, $f_3(x) = 9x^2$.

Depois dos alunos terem plotado estes gráficos no Winplot, algumas inquirições lhes foram realizadas: como é o gráfico de uma função de 2º grau? Qual o comportamento do gráfico quando o coeficiente *a* aumenta?[30] Alguma das funções tem raiz real? As funções são estritamente positivas ou estritamente negativas ou isso não ocorre? Existe intersecção entre elas?

Os alunos não foram convidados a escrever suas idéias, mas as respostas deveriam ser orais, tendo em vista que posteriormente iríamos formalizar os principais pontos explorados. O importante era o entendimento e a visualização.

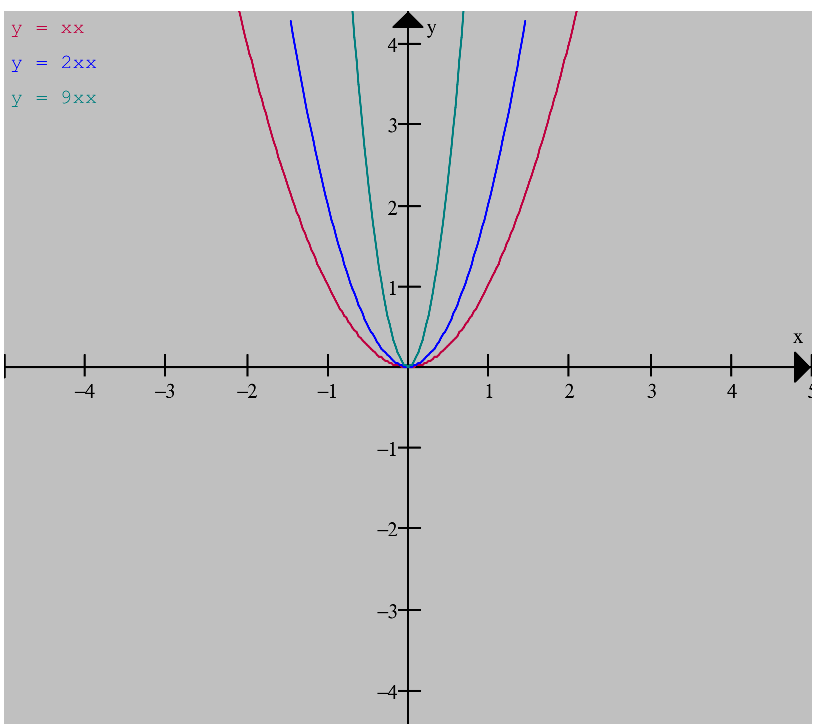


Figura 7: Aula 1 — primeira situação.

[30] Na introdução realizada no início da aula, foi explicado aos alunos qual a forma de uma função quadrática e quais seus coeficientes na forma geral.

As suas respostas foram o que já se esperava, excetuando-se as que se referiam à raiz. Neste último questionamento, ao serem perguntados pela ou pelas possíveis raízes reais, todas as respostas não foram corretas: muitos até confundiram raiz quadrada com raiz de função[31]. Nos outros questionamentos, tivemos respostas satisfatórias. Por exemplo, quando perguntamos como era o gráfico da função quadrática, a resposta mais comum foi a de que ele era uma espécie de curva com uma abertura[32]; em resposta ao segundo questionamento, disseram que "o gráfico vai se fechando quando o valor de *a* aumenta"; no tocante aos sinais e à intersecção, respostas corretas foram dadas, principalmente depois que relembramos o que era raiz de uma função.

2ª situação (Figura 8): $f_1(x) = -x^2$, $f_2(x) = -2x^2$, $f_3(x) = -9x^2$.

Nesta segunda situação, trabalhamos basicamente a mesma coisa que na situação anterior, com a inserção de um novo questionamento: qual a relação do coeficiente *a* com a concavidade da parábola?

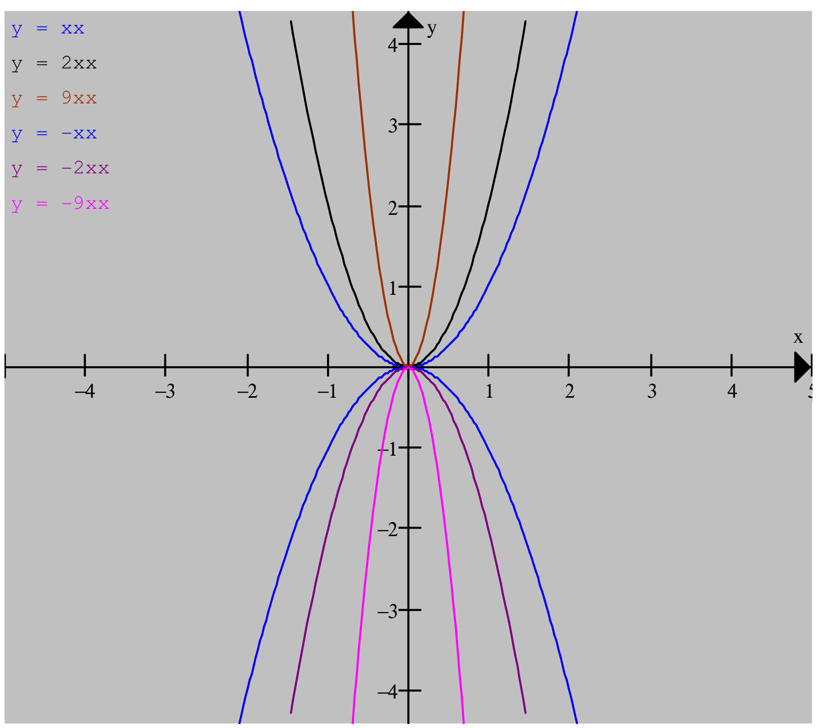


Figura 8: Aula 1 — segunda situação.

[31] Uma imediata explicação acerca das "duas" raízes foi proferida.
[32] Pouco tempo depois, foram informados que tal curva se denominava parábola e que a abertura era chamada de concavidade.

O questionamento atinente ao coeficiente *a* foi respondido quase que imediatamente. Os alunos compreenderam rapidamente que para um *a* positivo a “abertura é voltada para cima” e para um *a* negativo ela “é virada para baixo”. Os outros questionamentos foram os mesmos que na primeira situação, com uma pequena alteração naquele que dizia respeito ao comportamento do gráfico e o aumento do coeficiente *a*: como este coeficiente agora era negativo, perguntamos o que acontecia com a parábola quando o valor absoluto de *a* aumentava.

6.2.2. AULA SEGUNDA (JULHO DE 2006)

Houve um intervalo de mais de um mês entre a primeira aula e esta segunda (férias): uma pequena revisão foi realizada. Depois dessa revisão, teve início a aula.

Desta vez, pediu-se aos alunos que plotassem os seguintes gráficos no Winplot:

$$f_1(x) = x^2, f_2(x) = x^2 + 1, f_3(x) = x^2 + 2, f_4(x) = x^2 - 1, f_5(x) = x^2 - 4 \text{ (Figura 9).}$$

Nesta situação única, foi explorado o seguinte:

Translação vertical: O que diferenciava os gráficos? Qual a relação entre o valor do coeficiente *c*[33] com a intersecção da parábola com o eixo *y*?

Sinais: Qual função é estritamente positiva e qual é estritamente negativa? Qual é positiva e negativa?

Raízes: Quantas raízes, no conjunto dos reais, tinham cada uma das funções? Tínhamos, em algum caso, raízes iguais ou raízes distintas?

[33] A formalização ainda não tinha sido feita, isto é, no questionamento não nos referimos ao valor de *c* explicitamente.

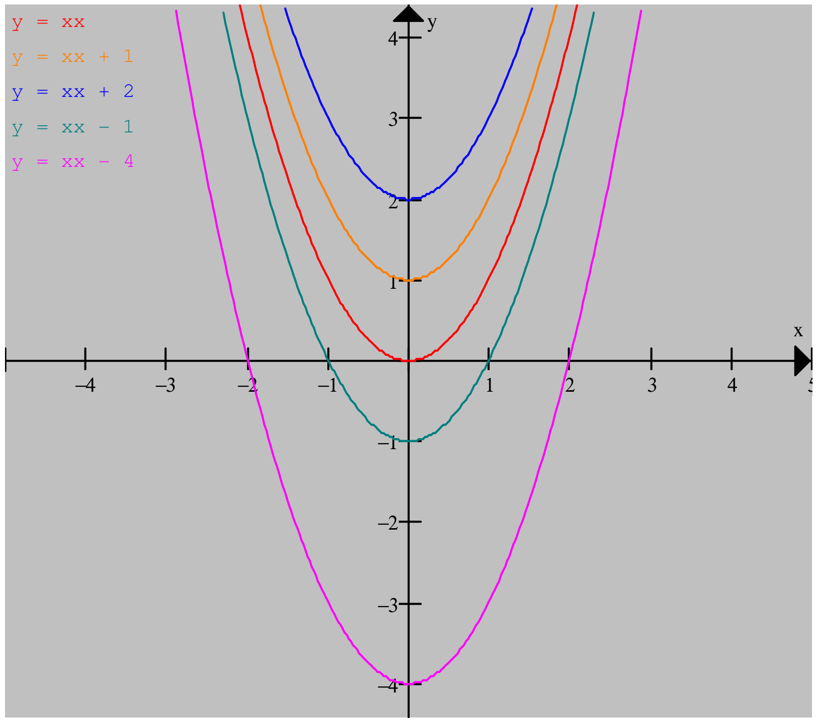


Figura 9: Aula 2 — translação vertical.

Nesta aula (a primeira depois das férias), houve, no seu início, uma certa passividade por parte dos alunos. Não obstante, depois de um certo tempo, eles começaram a buscar as respostas para os questionamentos. À primeira pergunta feita (o que diferenciava os gráficos), houve respostas interessantes, como esta de uma aluna: "A diferença é que eles vão aumentando"; "aumentando como?", inquirimo-la; "ah, por exemplo, esta aqui (apontou para $x^2 + 1$) é maior do que x^2", respondeu. Depois, a turma entoou um coro dizendo o mesmo, no que questionamos: "Vocês concordam, então, que este valor aí, este número que não está multiplicado por *x* faz com que as funções quadráticas se tornem maiores?"; "Sim", anuiu a turma. "E que mais pode-se observar?", insistimos, "Que mais pode-se observar acerca desse valor que 'aumenta' a função, e a parábola?". A turma ficou quieta. Insistimos uma vez mais, mas não ouviu-se resposta. Então, clareamos mais o caminho pedindo para que os alunos observassem as intersecções da parábola com os eixos *x* e *y*. A resposta, então, devagarzinho, veio[34].

E nesse ritmo a aula seguiu, com algumas dificuldades, mas com respostas satisfatórias para todos os questionamentos[35].

[34] Mostramos aos alunos, depois de suas respostas, que tomando o *x* como zero na função quadrática, só sobra o valor que não está acompanhado pelo *x*, isto é, a própria intersecção da parábola com o eixo *y*.

[35] A maior dificuldade residiu na questão do "estritamente". Ao serem perguntados se, por exemplo, a função $f(x) = x^2$ era estritamente positiva ou estritamente negativa, ou ainda se tinha um sinal variando, ora sendo positiva

No final da aula, pediu-se aos alunos para que “descobrissem” uma função cujo gráfico é uma parábola voltada para baixo e que corta o eixo x nos pontos -3 e 3, o que fizeram, depois de um certo tempo de “procura”, sem maiores dificuldades.

6.2.3. AULA TERCEIRA (JULHO DE 2006)

Esta foi uma aula realizada em sala mesmo, sem a divisão da turma e em pouco tempo: foi uma aula de formalizações.

Inicialmente, construímos, juntamente com os alunos, o gráfico da função $f(x) = x^2$ (com o auxílio de uma tabela). Depois, definimos parábola e vértice da parábola; falamos da concavidade e sua relação com o coeficiente a e também sobre a intersecção da parábola com o eixo y (coeficiente c); e passamos também por imagem da função quadrática[36].

6.2.4. AULA QUARTA (JULHO DE 2006)

Foi preparado um arquivo no Winplot: havia uma função quadrática onde os valores de a, b e c podiam ser alterados através do uso de três barras. A qualquer alteração que os alunos fizessem nestes coeficientes, um novo gráfico era imediatamente desenhado na tela, ou seja, os alunos poderiam explorar dinamicamente o gráfico da função quadrática, podendo observar quais os efeitos que a modificação dos coeficientes produziam na parábola. Por exemplo, o valor de a variava de -5 até 5, isto é, utilizando uma barra de rolagem, os alunos poderiam fazer com que a função $f(x) = 1x^2$ se tornasse $f(x) = -1x^2$, mas não de um pulo: o valor de a inicialmente se tornaria 0.9, depois 0.8, 0.7, 0.6, ..., 0, ..., -0.8, -0.9, -1; e a cada modificação dessas, o gráfico da função ia sendo atualizado. Como esse processo, se os

---

ora sendo negativa, a este questionamento os alunos responderam que não sabiam o que era este “estritamente”. Solucionado o problema, algumas respostas se apresentaram adequadamente.

[36] No que se refere à imagem, no laboratório de informática apenas nos referimos a ela momentaneamente, como que de passagem, imaginando que facilmente os alunos apreenderiam-na. Entretanto, isso se constituiu num erro, pois no pós-teste esta questão foi quase que “ignorada”.

alunos clicassem rápido na barra, poderia durar meros segundos, então, neste caso, o gráfico ficaria animado[37] (vide figuras 10, 11 e 12).

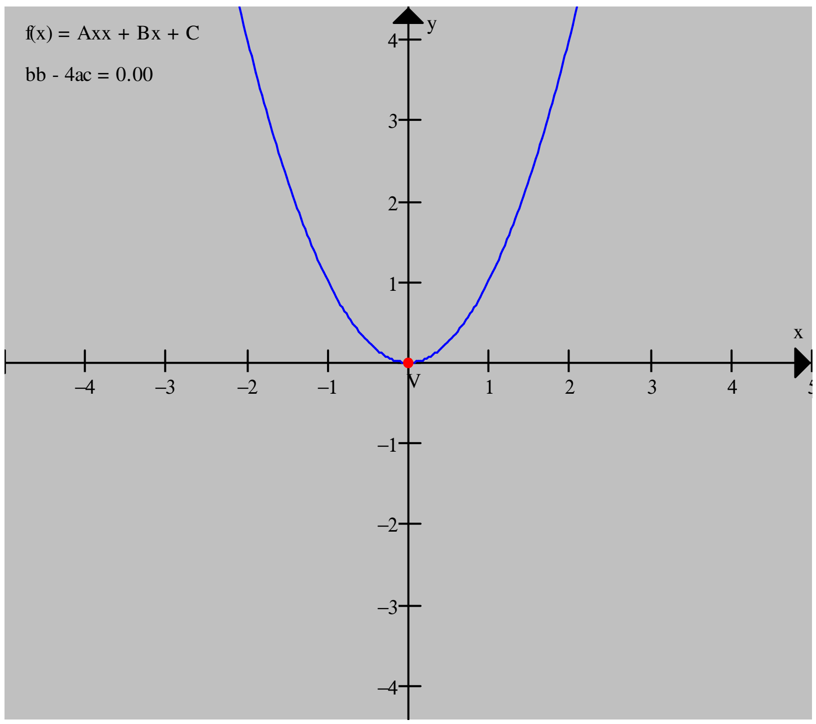


Figura 10: Exploração dinâmica: *a* = 1.

[37] O Winplot tem muitos recursos para criar animações ou situações exploratórias dinâmicas em gráficos. No entanto, omitimos uma explicação acerca desses recursos na parte que foi dedicada ao programa, justamente porque este não é um trabalho que pretende se aprofundar no Winplot.

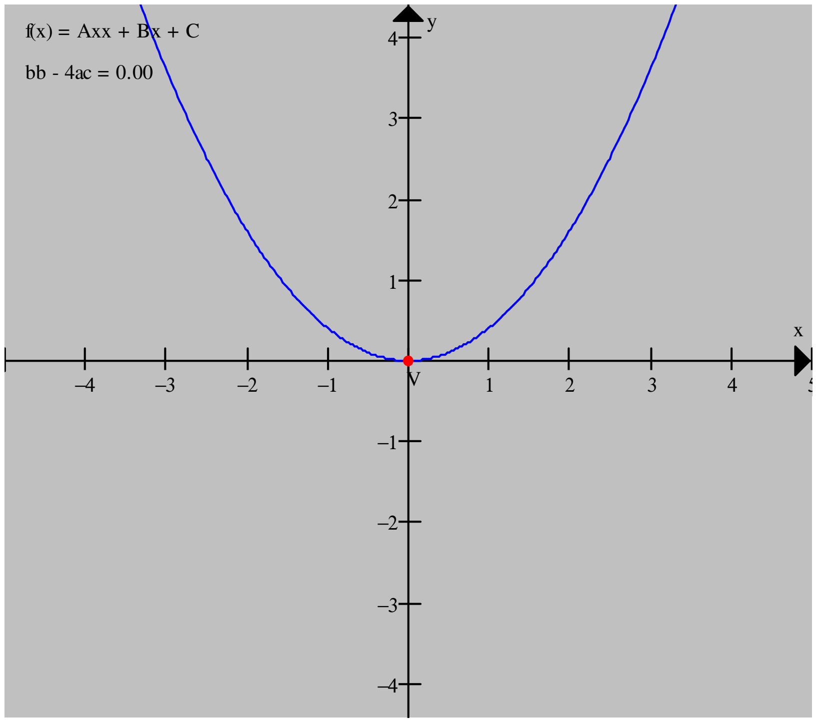


Figura 11: Exploração dinâmica: $a = 0.4$.

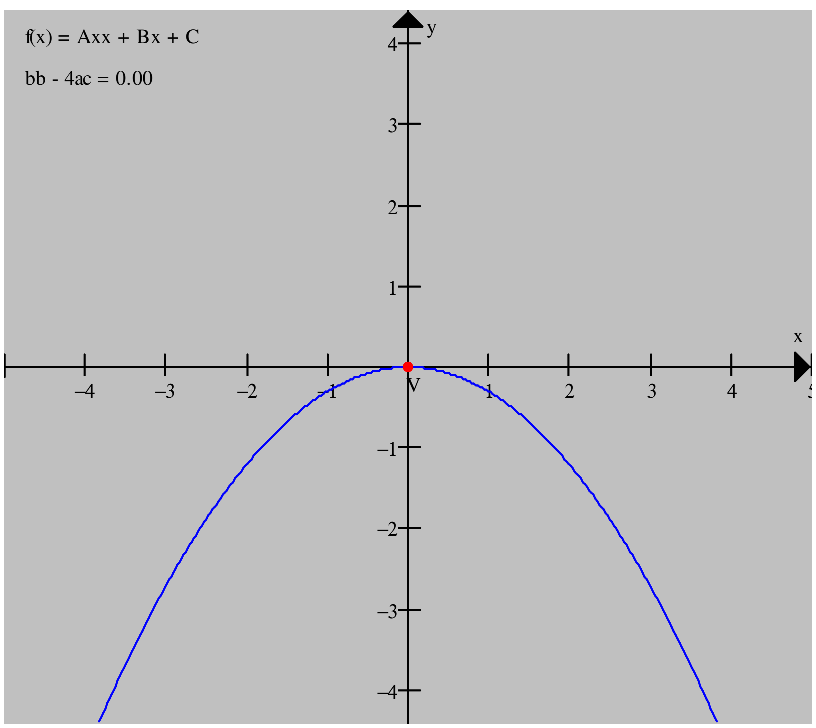


Figura 12: Exploração dinâmica: $a = -0.3$.

Além disso, o valor de delta era exibido automaticamente na tela, ou seja, quando qualquer alteração fosse feita nos valores de *a*, *b* ou *c*, o valor de delta era automaticamente atualizado na tela.

Atividade exploratória

Inicialmente, o exemplo por nós montados no Winplot (o anteriormente descrito) foi apresentado aos alunos. Depois, foi solicitado que alterassem livremente os valores dos coeficientes da função e observassem o que ocorria no gráfico (demos uns quinze minutos a eles para isso: o objetivo era a familiarização com este novo recurso do Winplot e também com a função quadrática). Passada esta etapa inicial, incitando os alunos à exploração, foi proposta as seguintes questões aos mesmos:

- Qual a relação entre o valor de delta e as raízes da função quadrática?
- No caso em que temos duas raízes reais distintas e o coeficiente *a* é positivo, onde a função é positiva e onde ela é negativa? E quando *a* é negativo, que ocorre?
- Quando delta é negativo e *a* é positivo, qual a variação do sinal da função quadrática? E quando *a* é negativo?
- O que a variação do coeficiente *b* produz na parábola?

Durante toda a aula, observou-se uma certa inatividade por parte dos alunos: olhavam-nos como que a esperar algo. Quando, por exemplo, no início da aula, pedimos para que eles explorassem livremente aquela situação criada no Winplot, eles ficaram parados por um certo tempo, depois perguntaram: "É para fazer o quê?". Insistimos: "Explorem, mexam nos valores de *a*, de *b* e de *c* e vejam o que ocorre! Ajam sobre o programa!". Esse foi um puxão de orelha que precisou ser dado[38]. Parte da turma animou-se mais, outros nem tanto. Talvez a metodologia para esta aula não tenha sido apropriada, aliás: é bem provável que tenha existido uma falha metodológica razoavelmente grave durante toda a pesquisa[39].

[38] O aluno acostumado ao ensino tradicional é sempre passivo, excetuando-se muitos poucos: quando é preciso ação, eles não "sabem" o que fazer. Esta passividade se dá justamente porque os professores tradicionais fazem demais para os alunos, ou melhor, fazem o serviço dos alunos, deixando-os "preguiçosos". É preciso que o professor se transforme em um mediador, apenas auxiliando os alunos ao invés de passarem e fazerem todas as atividades que os alunos é que deveriam fazer.

[39] Nós é que temos que nos adequar às necessidades dos alunos: nas nossas escolas, com os alunos que se tem, a transformação entre o ensino tradicional e um outro que explore mais e melhor as capacidades dos alunos deve se dar aos poucos, pois, caso contrário, muitos alunos não se adequarão ao novo modelo e este por sua vez e por isso mesmo estará fadado ao fracasso.

Não obstante, a partir do segundo questionamento tivemos boas respostas, ora aqui ora ali. No que se refere ao primeiro questionamento, porém, ninguém conseguiu descobrir uma relação entre o valor de delta e as raízes da função.

6.2.5. AULA QUINTA (JULHO DE 2006)

Esta foi a última aula. Não fora realizada no laboratório, mas, uma vez mais, em sala de aula: eram as formalizações finais.

Basicamente, foi uma aula expositiva, onde foi passado para os alunos o seguinte:

- Fórmula para o cálculo das raízes;
- Relação entre o valor de delta e as raízes;
- Cálculo do vértice da parábola;
- Pequena atividade para os alunos, onde era solicitado que esboçassem o gráfico da função $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

6.3. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ATINENTES ÀS AULAS

Uma última atividade estava para ser proposta aos alunos: envolvia a questão de máximo e mínimo. O arquivo foi preparado no Winplot e tratava-se de uma animação. Por circunstâncias externas e impossibilidades advindas do colégio, o laboratório de informática não nos foi liberado no dia da atividade[40]. Como conseqüência, tivemos o fato de que não trabalhamos diretamente máximo e mínimo com os alunos, pois a relação entre o *y* do vértice e o valor máximo ou mínimo da função era para ser "descoberta" pelos alunos, através da exploração do problema, nesta aula.

Os sinais da função, que foram trabalhados no laboratório, não foram formalizados em sala de aula, e isso pelo seguinte: uma tal formalização só trabalharia a memorização, pois, por exemplo, quando colocamos que, para $a > 0$ e delta positivo, a função tem valores

[40] Não apenas neste dia: o laboratório foi fechado ao uso dos alunos por semanas, e recentemente passamos por lá e ele continua fechado.

negativos entre as raízes, etc., não estamos instigando os alunos a interpretarem os diversos gráficos[41], mas a decorarem situações.

Durante algumas aulas, muitos alunos apresentaram notórias incapacidades interpretativas[42] e desconhecimentos sérios, que, na medida do possível, tentamos corrigir. Não obstante, a despeito de todos os problemas, algumas aulas despertaram um grande interesse nos alunos, que sempre demonstravam uma nova disposição para assistirem uma aula que, pelo menos em certos pontos, destoava das aulas tradicionais e da mesmice dos colégios.

6.4. ANÁLISE DO PÓS-TESTE

O pós-teste, assim como o pré-teste, fora realizado em 45 minutos. Tratava-se das mesmas questões do pré-teste, exclusive aquelas que diziam respeito a parte de informática[43].

Tabela 2: Tabela avaliativa das questões do pós-teste.

Questão	Acertos totais	Acertos parciais	Erros	Branco
a da 1ª	13 (68 %)	2 (11%)	2 (11%)	2 (11%)
b da 1ª	1 (5 %)	0 (0 %)	11 (58%)	7 (37%)
c da 1ª	6 (32 %)	13 (68%)	0 (0%)	0 (0%)
d da 1ª	10 (53 %)	1 (5%)	0 (0%)	8 (42%)
e da 1ª	10 (53 %)	0 (0%)	3 (16%)	6 (32%)
f da 1ª	0 (0%)	0 (0%)	10 (53%)	9 (47%)
2ª	2 (11%)	10 (53%)	5 (26%)	2 (11%)
3ª	11 (58%)	6 (32)	2 (11%)	0 (0%)
4ª	10 (53%)	0 (0%)	5 (26%)	4 (21%)

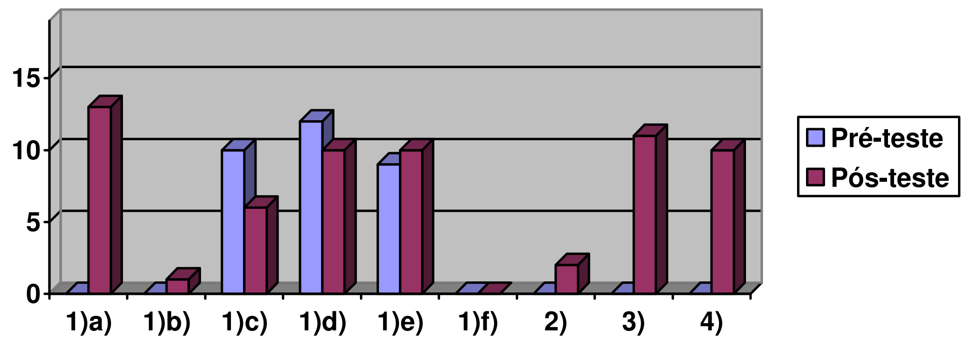
[41] Veja-se que, para os sinais, se os alunos conseguirem visualizarem mentalmente um pequeno e sem detalhes esboço do gráfico de uma determinada função quadrática, eles logo perceberiam onde ela é positiva, negativa ou neutra.

[42] Quando falamos em sinais, por exemplo, eles não sabiam que o sinal da função era representado pelo sinal de *y* num determinado *x*. Muitos também não sabiam que quando o gráfico cortava o eixo *x*, o ponto onde ela cortava este eixo era uma raiz da função.

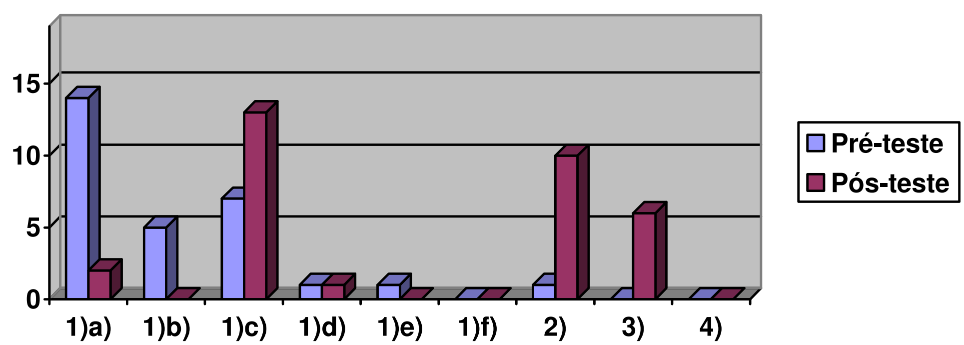
[43] As questões sobre informática serviram-nos para sabermos se o laboratório de informática era usado na escola e qual o domínio que os alunos tinham dos computadores. Os alunos nunca haviam estudado nada no laboratório e cerca de cinco escreveram que não sabiam nada de informática — a estes, foi dispensada uma maior atenção nas aulas do laboratório.

6.4.1. GRÁFICOS DE DESEMPENHO

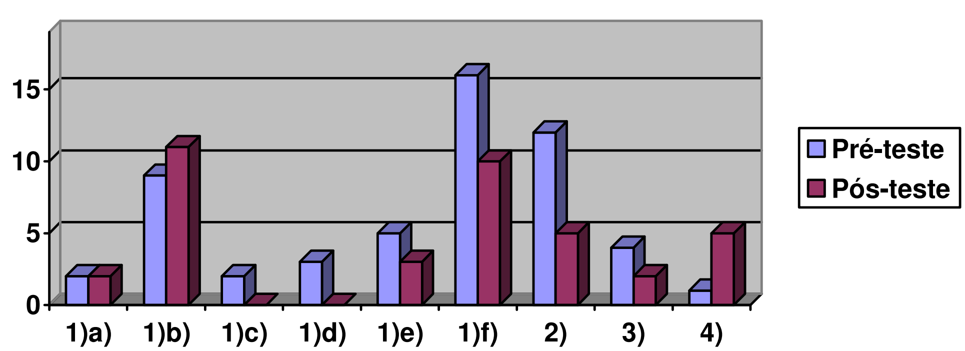
Acertos



Acertos parciais



Erros



6.4.2. COMENTÁRIOS

Observando inicialmente os acertos dos alunos, verificamos que as letras *c* e *d* da primeira questão tiveram mais acertos no pré-teste do que no pós-teste: isso, no entanto, e conquanto seja um resultado um pouco estranho, não é, em absoluto, anormal. A primeira questão, da forma como foi posta e com todos os seus itens, não está longe de ter sido um erro não muito irrelevante, infelizmente. Pode-se dizer, até, que foi a maior falha dessa pesquisa, que tinha por objetivo a interpretação gráfica da função quadrática, e não sua introdução. A primeira questão era para introduzir função quadrática[44]. Entretanto, ao longo do estudo realizado no laboratório, não trabalhamos nada que pudesse dar aos alunos subsídios determinantes para a resolução de uma tal questão[45]. Como conseqüência, tivemos esse resultado "estranho" nos itens *c* e *d* da primeira questão[46]. Por outro lado, e ainda tratando dessa mesma questão, o estudo possibilitou uma certa evolução: os itens *a*, *b* e *e* tiveram mais acertos no pós-teste. Quanto aos demais itens, no pré-teste os alunos não tinham saberes suficientes para resolverem quaisquer deles (como bem atesta o pré-teste), sendo preciso para tanto o estudo do gráfico da função quadrática, o que fizemos no laboratório, dando como resultado que pouco mais da metade da turma acertou completamente as questões 3 e 4[47]. No que se refere à questão 2, apenas dois alunos a acertaram completamente, porém o resultado não é tão negativo quanto aparenta: dez alunos acertaram parcialmente a questão, faltando apenas informarem a imagem.

Nos chamados acertos parciais, houve uma significativa redução dos mesmos nos itens *a* e *b* da primeira questão, e um aumento acentuado no item *c*[48] e na segunda questão.

Com relação aos erros, o que é relevante analisarmos é o seu aumento nas questões do pós-teste. O item *b* da primeira questão e a questão 4 tiveram mais erros no pós-teste. A questão 4 exigia conhecimentos de função quadrática, resultado: no pré-teste ela foi deixada em branco por todos os alunos; mas no pós-teste "apenas" quatro alunos deixaram-na em

---

[44] Devido a circunstâncias externas e problemas de tempo, os alunos com os quais trabalhamos não tinham conhecimento algum acerca de função do segundo grau.

[45] Supondo que os alunos fossem incapazes para tanto, pois o problema posto poderia ser resolvido por um aluno que ainda não tivesse visto função quadrática. Todavia, a questão exigia pensamento, raciocínio e ação.

[46] Também, no pós-teste, solicitamos aos alunos que deixassem a primeira questão para o final, e só no caso em que desse tempo.

[47] Quando à quarta questão, ela tinha um ponto interessante (vide pré/pós-teste nos anexos): o valor do coeficiente *a* é genérico desde que ele seja positivo. Consideramos corretas, no entanto, as respostas onde o aluno exibiu um valor para *a*, como 1 ou 2.

[48] O item *c* era a construção da tabela (vide pré/pós-teste), onde os alunos erraram pouquíssimo: foi tão-só por uma questão de rigorosidade que colocamos os "quase-acertos" entre os itens respondidos parcialmente.

branco, com todos os outros tentando fazê-las; por conseguinte, era até de se esperar que o número de erros fosse maior. Já o item *b*, apenas um aluno conseguiu acertá-lo; não houve acertos parciais e os erros aumentaram no pós-teste, mas não pela mesma razão anterior: não foi porque mais alunos tentaram fazer o item (pois na verdade sete deixaram em branco no pós-teste enquanto cinco fizeram o mesmo no pré-teste) que tivemos mais erros, porém pelo próprio estudo do gráfico da função quadrática: no pré-teste os alunos que acertaram parcialmente tentaram construir o gráfico como se ele fosse de uma função linear; no pós-teste, percebendo que não se tratava do gráfico de uma função do primeiro grau, os alunos tentaram construir o de uma função quadrática, isso ocasionando mais erros na questão (dois a mais).

7. CONCLUSÃO

Diante das observações precedentes e comparando, mesmo por alto, o pré-teste com o pós-teste, percebe-se que houve, em certas áreas, um bom desenvolvimento por parte dos alunos, com os objetivos tendo sido alcançados razoavelmente, principalmente se nos determos na interpretação gráfica.

Malgrado a passividade da maioria dos alunos, alguns poucos entenderam a nossa proposta e tomaram uma postura mais ativa, buscando a exploração e mesmo tomando outros rumos nas aulas além daqueles por nós propostos. O meio sempre muito dinâmico das aulas auxiliou muitos alunos a verem aquilo que numa aula estática dificilmente se consegue ver, e certamente sua forma de interpretar a função quadrática foi facilitada por esse meio. Na questão das generalizações (isto é, a partir de casos particulares chegar a conclusões gerais), os alunos tiveram muitas dificuldades, mas com um pouco de esforço alguns avanços ocorreram (a questão 4, por exemplo, que no pré-teste não teve acerto algum, teve no pós-teste 53% de acertos). Já no que diz respeito à independência dos alunos em relação ao conhecimento matemático em questão, isto é, sua capacidade de, por si só, explorar, fazer conjecturas, avaliar, reconstruir, enfim, aprender a aprender, uma tal autonomia necessitaria de muito tempo para ser desenvolvida, não se podendo obter bons resultados em meros cinco ou seis encontros de quarenta e cinco minutos: neste objetivo, portanto, fracassamos quase que completamente[49].

Por outro lado, em termos educacionais mais amplos, o real objetivo desta monografia era o de experimentar uma nova abordagem para o estudo da matemática, particularmente das funções. Excetuando-se um erro aqui e outro ali, e mesmo que o desempenho dos alunos não tenha sido plenamente satisfatório, é evidente que nossa pesquisa foi extremamente proveitosa, e pelas seguintes razões: a nova metodologia foi bem recebida por boa parte dos alunos, que viram no uso do computador uma saída ou uma "*coisa diferente do que aquela aula velha chata na sala de aula*"[50].

Além disso, a grande serventia desta pesquisa está no por vir: poder-se-á considerá-la um primeiro passo, ou melhor, um primeiro movimento dado por nós rumo a uma nova abordagem do ensino de função, que futuramente poderá ser trabalhada dinamicamente com a

---

[49] Perguntar-se-á, no entanto, já que o fracasso nesse objetivo era quase certo, por que o colocamos; no que respondemos: sua importância, foi devido a sua importância que o colocamos.
[50] Palavras de uma aluna.

ajuda de softwares e com o grande auxílio dos problemas da vida cotidiana e da física (acreditamos que uma fusão parcial entre o estudo das funções e a física seja necessária).

Mas que não se confunda um caminho pedregoso com um bosque bonito e rodeado de rosas: a dedicação para o uso do laboratório de informática deve ser mais intensa e existem muitas aberturas para o fracasso. Enfrentamos impossibilidades de tempo, tivemos dificuldades para termos acesso ao laboratório, porém o nosso maior adversário foi mesmo o sistema tradicional de ensino: ele deverá ser vencido aos poucos, mas até lá as dificuldades serão muitas, principalmente para quem almeja ardentemente implantar um novo método de ensino.

Por fim, vale ressaltar as inúmeras possibilidades dos novos recursos didáticos que precisam, de uma vez por todas, invadir a educação. Não há rastros de dúvida de que a educação ainda terá grandes benefícios com o avanço da tecnologia educacional, e o professor também, indubitavelmente, sairá ganhando.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGELIM, B.; GOMES FERREIRA, G. *Abordagem de funções: uma análise de livros-didáticos para o Ensino Médio*. V encontro pernambucano de educação matemática. Garanhus, 2002.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi; LAURO, Maira Mendias. *Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando microcomputador*. CAEM – IME/USP

DULLIUS, Maria Madalena; HAETINGER, Claus. *Ensino e aprendizagem de matemática em ambientes informatizados: concepção, desenvolvimento, uso de integração destes no sistema educacional*. In: IV encontro ibero-americano de coletivos escolares e redes de professores que fazem investigação na sua escola.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues — Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *Educação matemática: representação e construção em geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados*. In: IV Congresso RIBIE, 1998, Brasília.

LIMA, Francisco J. *Pressupostos da teoria construtivista de Piaget*. Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro.

MEDEIROS, K. M. *Informática na educação matemática*. 2003 (mimeo).

SOUZA, Maria José Araújo. *Informática educativa na educação matemática*. Ceará, 2001. 179 páginas. Dissertação de mestrado – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará.

SOUZA, Sérgio de Albuquerque. *Usando o Winplot, da escola à universidade*. 2004 (Artigo adquirido na Internet em dezembro de 2005, por compartilhamento).

VALENTE, J. A. *O uso inteligente do computador*. Revista Pátio. Porto Alegre, RS: Artmed Editora, 1997.

VENANCIO, Vânia da Silva; MIRANDA, Antônio Carlos. *Análise histórica e atuais tendências do uso da tecnologia no ensino*. Rio de Janeiro. (Artigo adquiro na Internet no mês de janeiro de 2006; está disponível no endereço: www.nonio.uminho.pt/challenges/actchal01/076-Vania%20Venancio%20803-811.pdf).

Sites consultados:

Universidade Federal da Paraíba. Departamento de Física
Endereço: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/port/modellus.htm

Universidade Nova de Lisboa. Faculdade de Ciências e Tecnologia
Endereço: http://students.fct.unl.pt/~fmn11623/tecedu/webquest/biografia.htm

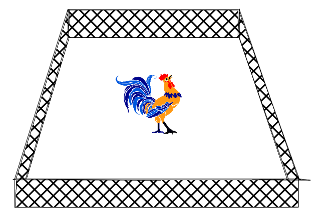
GSI – Grupo de Sistemas Inteligentes
Endereço: http://www.din.uem.br/ia/a_correl/iaedu/biografia.htm

ANEXOS

ANEXO A — Pré/pós-teste

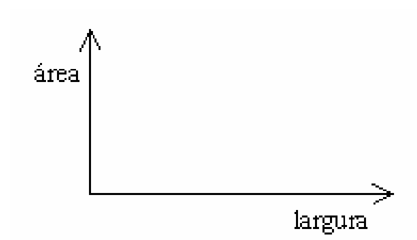
Colégio Estadual da Prata
Estagiário: Pedro Romão Batista
Disciplina: Matemática
Aluno: ____

1) Uma pessoa tem 22 metros de tela de arame e deseja construir um galinheiro retangular. Ela deseja saber a maneira como a área do galinheiro depende de sua largura.



a) Descreva, em palavras, como a área varia em função da largura do galinheiro.

b) Esboce um gráfico que represente essa situação



c) Construa uma tabela de valores:

largura (m)												
Área (m^2)												

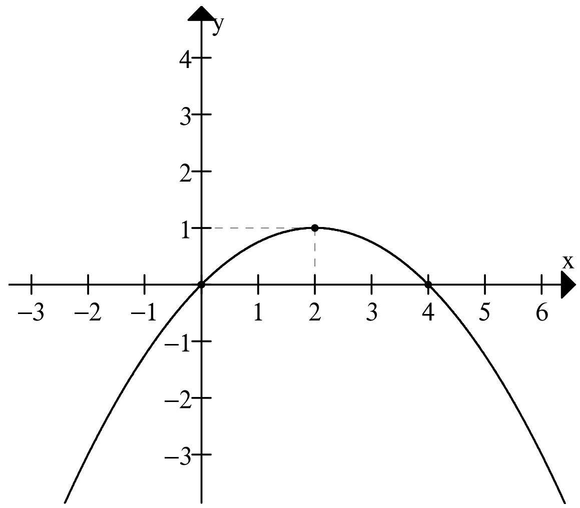
d) Que regularidades você observa na tabela?

— Modifique, se for o caso, seu gráfico.

e) Usando o gráfico e a tabela, determine em que condições a área do galinheiro é a maior possível.

f) Descubra uma expressão algébrica que represente essa situação.

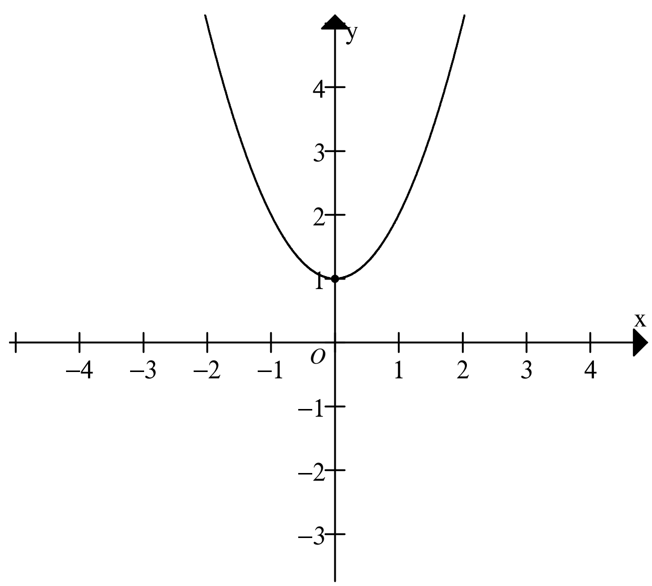
2) Observe o gráfico abaixo:



Ele é de uma função. Quais os valores de x para os quais a função que o gráfico representa é sempre positiva? E os valores de x para que ela se torne negativa? Analisando o gráfico, é possível deduzir qual a imagem da função? Em caso afirmativo, qual seria sua imagem?

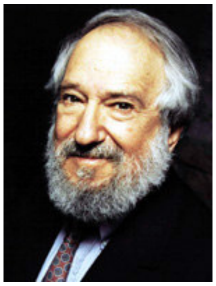
3) Uma indústria pode produzir diariamente x refrigeradores, com $20 \leq x \leq 50$, com o custo unitário y, em reais, dado pela função $y = x^2 - 80x + 2000$. Qual é o custo unitário mínimo de produção?

4) O gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ é:



Quais os valores de a, b e c?

ANEXO B — Bibliografia de Seymour Papert



Dr. Seymour Papert nasceu na África do Sul, a 1 de março de 1928, onde viveu grande parte de sua infância e juventude.

Papert é matemático e é considerado um dos pais do campo da Inteligência Artificial (IA) e é internacionalmente reconhecido como um dos principais pensadores no que se refere às formas pelas quais a tecnologia pode modificar a aprendizagem.

Nascido e educado na África do Sul, onde participou do movimento antiapartheid, Papert envolveu-se em pesquisas na área de matemática na Cambridge University entre 1954 e 1958. Então trabalhou com Jean Piaget na University of Geneva de 1958 a 1963.

No início dos anos 60, Papert integrou-se ao MIT (Massachusetts Institute of Technology) onde, trabalhando junto com Marvin Minsky, fundou o laboratório de Inteligência Artificial.

Em 1967, inventou a linguagem de computador LOGO, desenvolvida especialmente para fins educativos. Foi o primeiro e mais importante esforço para dar às crianças um controle seguro sobre as novas tecnologias.

Ele é autor de *Mindstorms:Children Computers and Powerful Ideas* (1980) e *The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer* (1992). Papert também tem publicado inúmeros artigos sobre matemática, Inteligência Artificial, educação, aprendizagem e raciocínio.