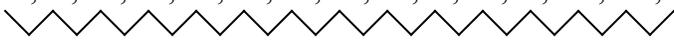


## A OUTRA METADE DOS NÚMEROS DE FIBONACCI

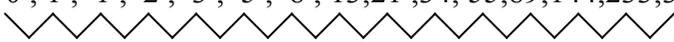
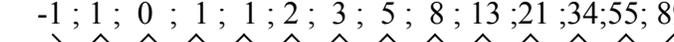
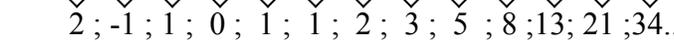
Muitos matemáticos já se debruçaram sobre a grande sequência de Fibonacci extraíndo dela várias conclusões e teorias brilhantes. Com certeza a “razão áurea” ou “número divino” como foi nomeada a intrigante razão entre os elementos subsequentes da sequência é um dos grandes enigmas que estudiosos tentam decifrar a cada dia que passa. Essa razão está presente em muitas criações da natureza e também em muitas criações humanas. O mundo está cheio de artigos e estudos que identificam essa razão como sendo a forma como as coisas são criadas ou se expandem perfeitamente dependendo da área em que se leva em consideração.

Esse estudo não visa reproduzir ou explicar os exemplos (que até agora foram descobertos) de aplicação dessa razão nas mais variadas áreas do universo. Esse é um estudo simples que visa completar a sequência de Fibonacci. Completar é o termo, pois, até agora, Fibonacci só revelou uma metade da sequência. Podemos afirmar que a metade que será revelada nesse trabalho apresenta características intrigantes e quase simétricas com relação à metade conhecida. Assim como a sequência já conhecida ainda tem muito a nos revelar, diríamos que ainda não conhecemos nem 1% do que ela é capaz de explicar na criação de tudo, a outra metade também apresenta o infinito de coisas a serem reveladas. É claro que tudo ao tempo certo e com a ajuda da comunidade científica mundial poderemos extrair grandes conclusões dessa descoberta.

A ideia surgiu no dia 06/11/2015, quando comecei a meditar nos números da enigmática sequência. Foi então que tive a ideia de subtrair um termo pelo seu antecessor e obtive o seguinte resultado:

0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377 ... (Fibonacci)  
  
 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ... (2ª Sequência )

No primeiro momento não identifiquei nada de extraordinário, apenas obtive a sequência de Fibonacci antecedida pelo número 1. Mas algo me disse para continuar aplicando o método com as sequências resultantes e aconteceu o seguinte:

0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377 ... (Fibonacci)  
  
 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ... (2ª Sequência )  
  
 -1 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ... (3ª Sequência )  
  
 2 ; -1 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ... (4ª Sequência )  
  
 -3 ; 2 ; -1 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ... (5ª Sequência )  
  
 5 ; -3 ; 2 ; -1 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ... (6ª Sequência )

O que fui notando é que os termos da sequência de Fibonacci estavam se repetindo como os primeiros termos das sequências subsequentes só com a diferença da alternância entre termos positivos e negativos. Na verdade, foi-se revelando a outra metade da sequência de Fibonacci, a metade quase simétrica a que me referi acima. Portanto percebi que a sequência não tem início como se suponha em

sua forma tradicional com termo inicial seguindo até o infinito. Na verdade ela vem do infinito, chega a um termo central que seria o zero e prossegue para o infinito. Então ela ficaria com esse aspecto:

... ; -377 ; 233 ; -144 ; 89 ; -55 ; 34 ; -21 ; 13 ; -8 ; 5 ; -3 ; 2 ; -1 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377...  
(Sequência de Fibonacci Completa)

Quando me deparei com a sequência completa não tinha a menor noção do que estava percebendo de novo, porém algo me dizia que, no mínimo, era interessante essa sequência nova. A simetria dos números aliado ao fator de alternância entre positivo e negativo chamou muita atenção então refleti sobre o “número divino” e concluí que a “razão áurea” da metade nova era o inverso da razão áurea da metade tradicional, então entendi o porque da alternância entre positivo e negativo da metade nova, justamente para manter constante o negativo da “razão áurea inversa” para que ficasse em perfeita simetria a metade nova e a tradicional da sequência.

Como já falei, essa revelação da nova metade não explica nada que possamos ver ou sentir até agora. Porém esse estudo tem o intuito de divulgar essa nova metade para que as mentes do mundo possam estudar a nova sequência e conseguir extrair algum proveito para a evolução da humanidade.

Em termos matemáticos a sequência de Fibonacci é definida pela fórmula abaixo:

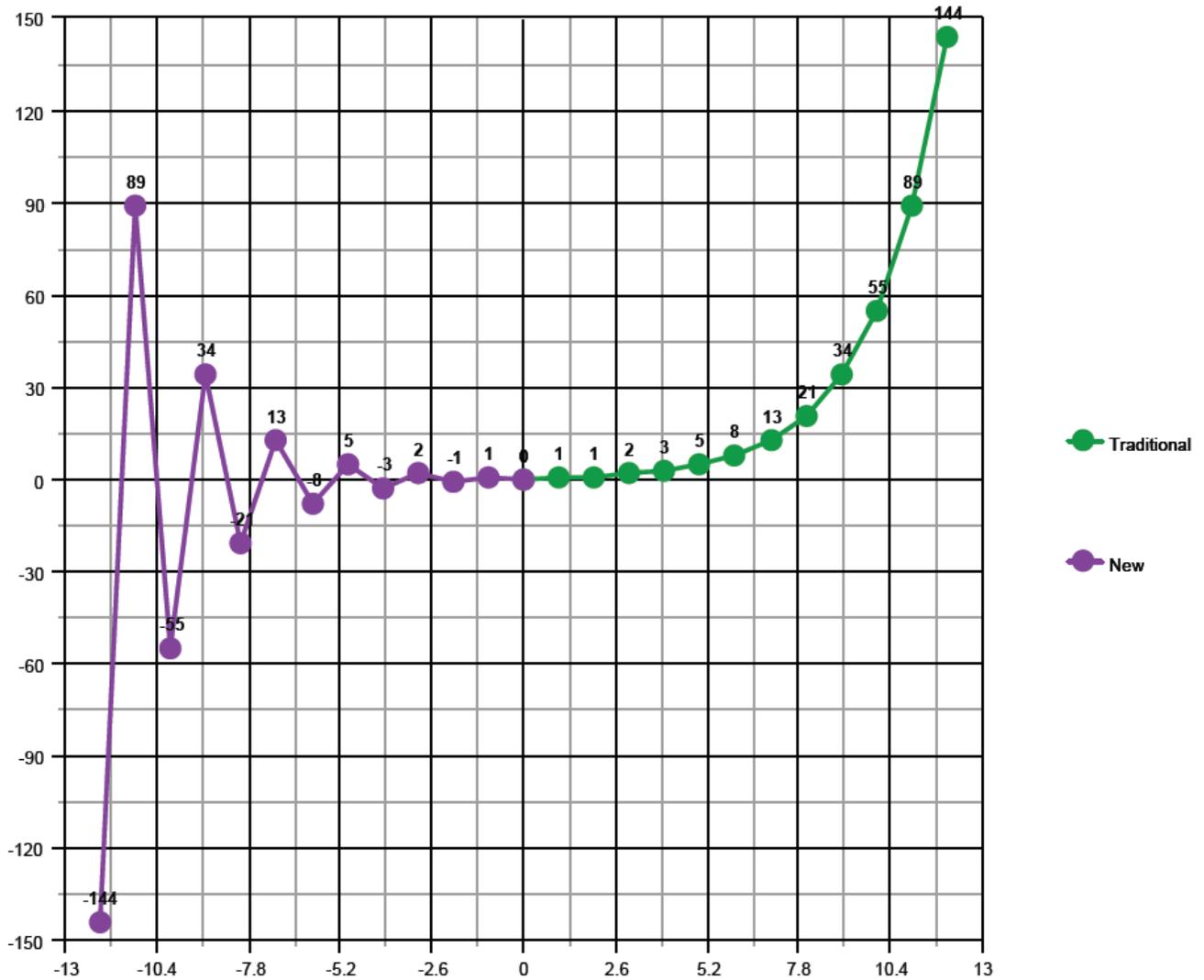
$F(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n=0 \\ 1, & \text{se } n=1 \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{outros casos.} \end{cases}$

A nova sequência se resumiria a seguinte fórmula:

$F(n) = F(n-1) + F(n-2).$

Não só pela simplificação da fórmula, mas também pelo senso de completude que me fez pensar na ousadia de alterar uma sequência quase milenar como a de Fibonacci. Podemos, a partir de agora, pesquisar conclusões mais completas com relação a essa sequência. Por exemplo, quando se fala que o universo foi criado a partir de uma grande explosão e que ele se expande de acordo com a proporção áurea sendo o ponto inicial da explosão o termo inicial da sequência tradicional de Fibonacci, agora podemos vislumbrar o que teria ocorrido antes desse ponto inicial e conseqüentemente antes do big bang inicial.

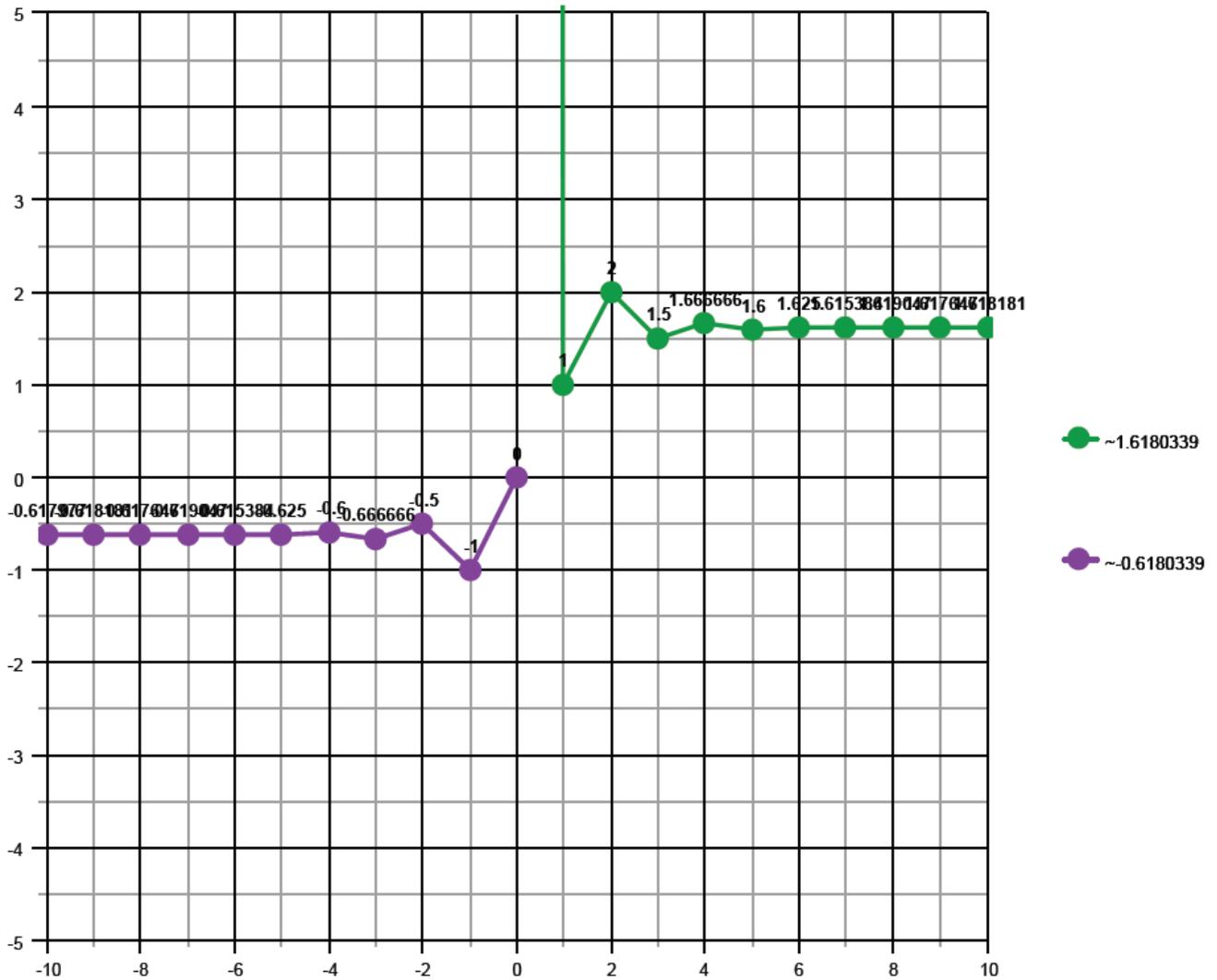
Graficamente, também podemos notar que a parte negativa da sequência tem uma característica cíclica em relação ao eixo “x” e decrescente em relação ao “y” quando ocorre algo que reduz seu valor a zero. Desse momento em diante a característica se altera tomando-se uma sequência crescente em relação aos dois eixos.



Quando analisamos a razão da metade nova descobrimos que ela vem constante do infinito ao valor aproximado de  $-0,6180339$  e à medida que ela se aproxima do termo central ocorre uma instabilidade e quando chega a zero a instabilidade aumenta de uma forma tão grande que a razão se eleva ao infinito que é justamente quando dividimos  $1/0$ . A partir desse instante a razão volta a se estabilizar muito rapidamente e tende ao número já conhecido  $1,6180339$ .

$233/-377 = -0,618037$	$-3/5 = -0,6$	$5/3 = 1,666666$
$-144/233 = -0,618025$	$2/-3 = -0,666666$	$8/5 = 1,6$
$89/-144 = -0,618055$	$-1/2 = -0,5$	$13/8 = 1,625$
$-55/89 = -0,617977$	$-1/1 = -1$	$21/13 = 1,615384$
$34/-55 = -0,618181$	$1/0 = \infty$	$34/21 = 1,619047$
$-21/34 = -0,617647$	$0/1 = 0$	$55/34 = 1,617647$
$13/-21 = -0,619047$	$1/1 = 1$	$89/55 = 1,618181$
$-8/13 = -0,615384$	$2/1 = 2$	$144/89 = 1,617977$
$5/-8 = -0,625$	$3/2 = 1,5$	$233/144 = 1,618055$

Graficamente fica bem evidente a perturbação das razões quando aproximamos a sequência do termo central zero.



Outra conclusão que foi possível retirar foi que o “número divino” representado pela letra grega  $\varphi$  também obedece uma sequência intrigante em seus exponenciais. Dado que  $\varphi^n$  é igual a  $\varphi^{n-2}$  mais  $\varphi^{n-1}$ , portanto temos uma sequência que poderíamos chamar de sequência áurea, dada pelos seguintes termos:

$$\varphi^{-n}; \dots; \varphi^{-8}; \varphi^{-7}; \varphi^{-6}; \varphi^{-5}; \varphi^{-4}; \varphi^{-3}; \varphi^{-2}; \varphi^{-1}; \varphi^0; \varphi^1; \varphi^2; \varphi^3; \varphi^4; \varphi^5; \varphi^6; \varphi^7; \varphi^8; \dots; \varphi^n \quad / \quad n \sim \infty$$

(Sequência áurea)

$$\varphi^0 + \varphi^1 = \varphi^2 \quad / \quad \varphi^1 + \varphi^2 = \varphi^3 \quad / \quad \dots \quad \varphi^{n-2} + \varphi^{n-1} = \varphi^n$$

E da regra dessa sequência podemos retirar os valores 1,6180339 e - 0,6180339 como raízes, justamente os números estáveis do gráfico acima. Provando:

$$\varphi^{n-2} + \varphi^{n-1} = \varphi^n;$$

$$(\div \varphi^{n-2}) \varphi^{n-2} + \varphi^{n-1} = \varphi^n (\div \varphi^{n-2}) ;$$

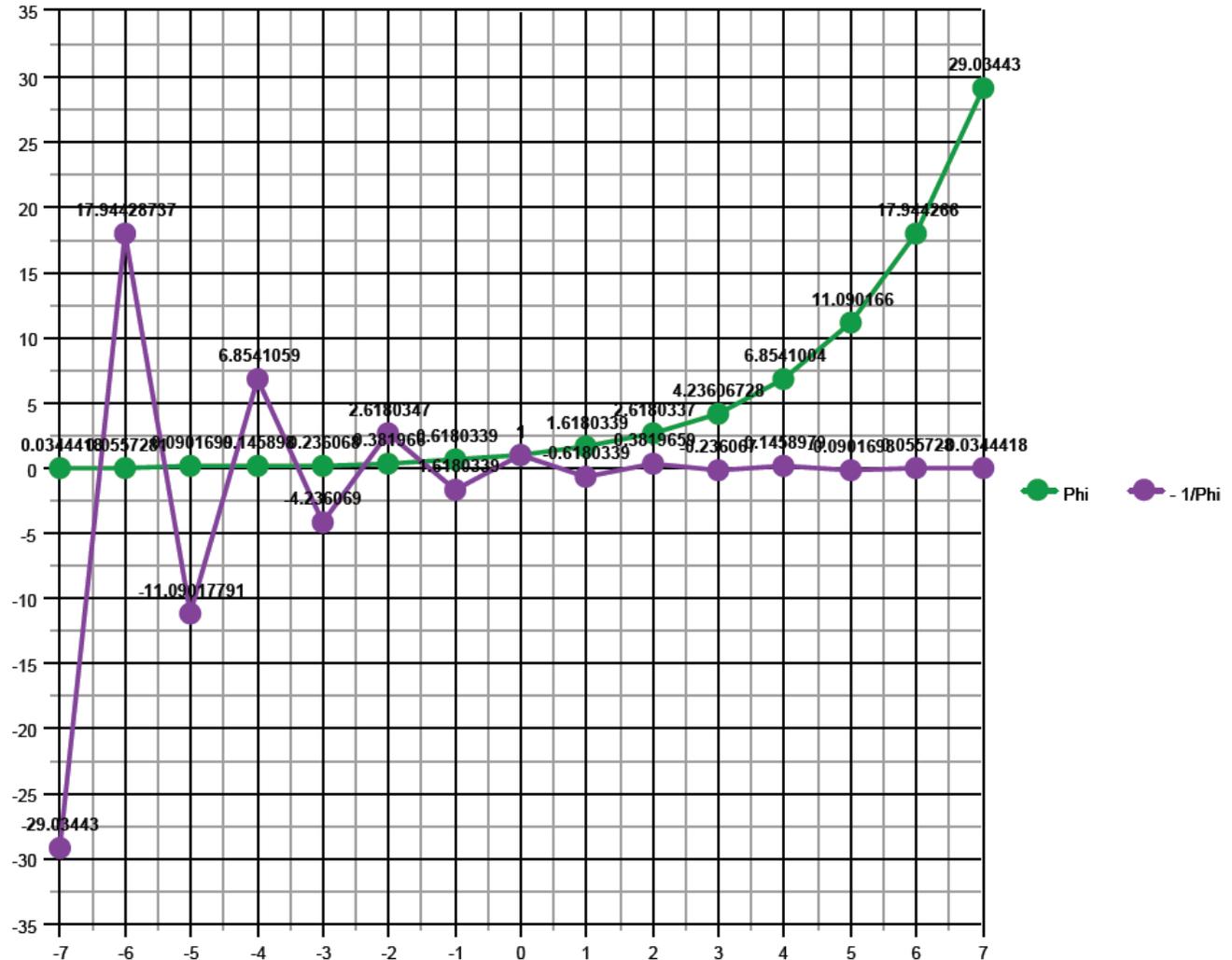
$$1 + \varphi = \varphi^2 ;$$

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0 ;$$

$$\varphi = (1 \pm \sqrt{5})/2 ;$$

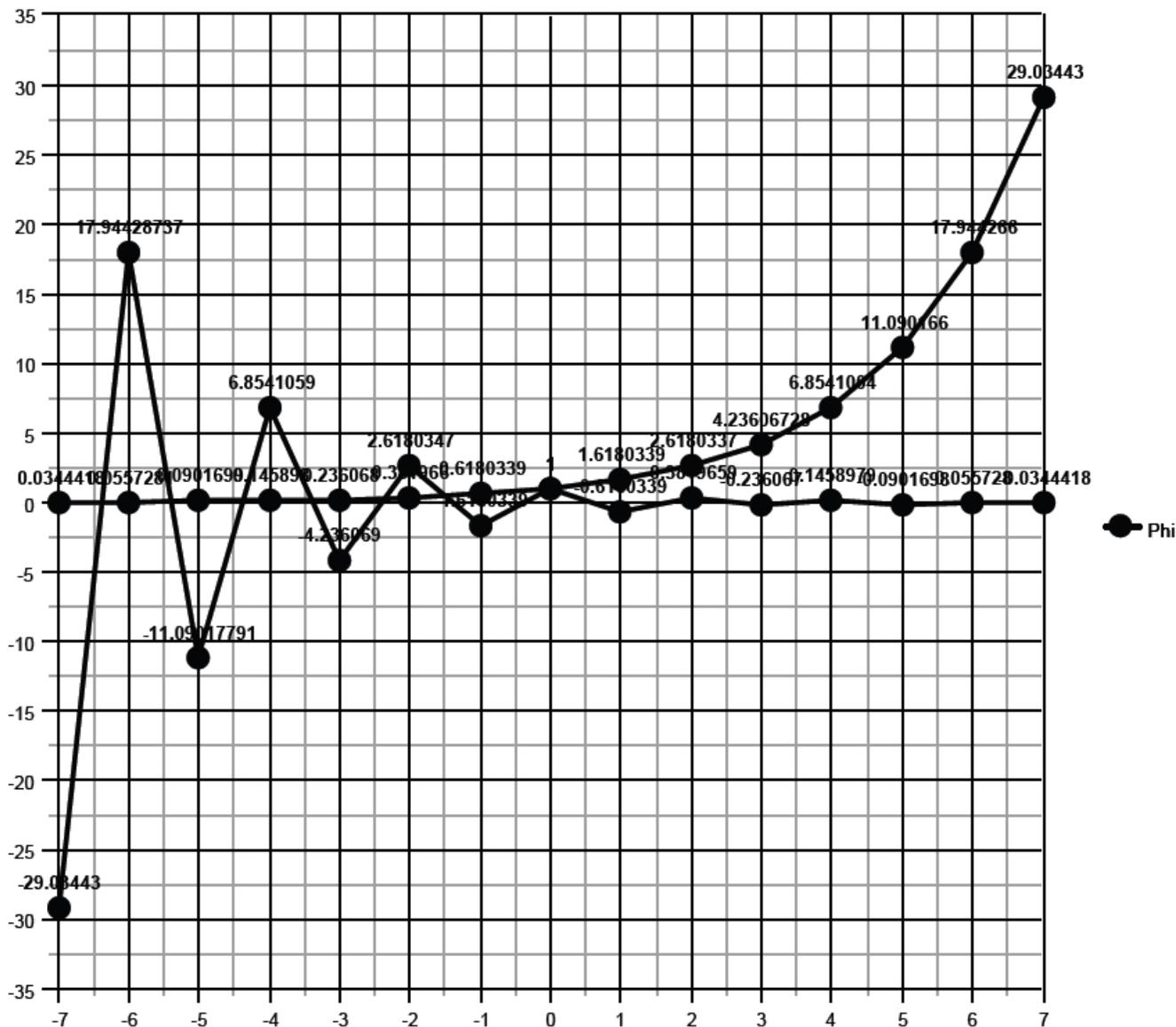
$$\varphi = 1,6180339 \text{ ou } -0,6180339$$

As duas raízes se comportam de forma diferente quando representadas graficamente. A raiz 1,6180339 vem do  $-\infty$  com uma leve curva do zero até chegar ao termo central 1 quando se encontra com o termo central da outra raiz. A partir daí ela faz uma curva mais acentuada rumo ao  $\infty$ . A outra raiz  $-0,6180339$  vem do  $-\infty$  obedecendo ciclos em que os extremos dos ciclos vão se aproximando rapidamente, quando a sequência dessa raiz chega ao termo central 1, encontrando o termo central da sequência da outra raiz, ele continua em ciclos e com os extremos se aproximando também, porém de maneira mais suave . A impressão que se tem é que ao se encontrarem no termo central, há uma troca de energia em que a sequência de uma raiz que estava evoluindo de forma lenta começa a evoluir de forma brusca e a sequência da outra raiz que se desenvolvia de maneira rápida passa a evoluir mais suavemente.



Talvez essas linhas até sejam a mesma linha, mas em estágios evolutivos diferentes. A ideia seria que quando a linha verde se encontrasse no infinito, algo acontecesse para ela entrar em movimentos cíclicos se aproximando do número zero e quando a linha roxa atingisse o zero absoluto algo acontecesse

também para começar novamente a ascensão até o infinito, formando um ciclo com os seguintes estágios: muita atividade, decrescimento, pouca atividade e crescimento. O gráfico ficaria desse jeito se uníssemos as sequências.



Seria relevante se outros estudiosos das mais variadas áreas pudessem contribuir com reflexões sobre o tema aqui desenvolvido. Sempre que unem-se esforços em prol de um ideal o sucesso é garantido. O sucesso desse estudo, no meu ponto de vista, significaria transformar esses conceitos simplesmente numéricos em ações para o progresso do planeta. Assim como Fibonacci não tinha dimensão do que conhecemos hoje com a sequência proposta por ele, acredito que esse trabalho será melhor compreendido com o tempo. O tempo que pode ser um dos elementos intrínsecos dos estudos futuros a cerca dessa nova sequência. Convoco todos os pensadores de boa vontade a tentar contribuir nesse estudo.

*Yuri de Souza Brito*