UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CÍCERO DOS SANTOS

O ESTUDO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM COM O SOFTWARE WINPLOT ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Campina Grande/PB
2011

CÍCERO DOS SANTOS

O ESTUDO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM COM O SOFTWARE WINPLOT ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S596e Santos, Cícero dos.

O estudo do gráfico da função afim com o software winplot através da resolução de problemas [manuscrito] / Cícero dos Santos. – 2011.

67 f.: il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologias, 2011.

"Orientação: Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática e Estatística".

1. Matemática - Estudo. 2. Matemática - Resolução de Problemas. 3. Função Afim. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

CÍCERO DOS SANTOS

O ESTUDO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM COM O SOFTWARE WINPLOT ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 16 de Junho de 2011.

BANCA EXAMINADORA

Kátia Maria de Medeiros

Prof.ª Drª Kátia Maria de Medeiros
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Orientadora

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof.ª Msc Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Prof.ª Dr.ª Abigail Fregni Lins
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

A todos aqueles que, orientados por DEUS, contribuíram para a realização desse trabalho em especial a minha Mãe que tanto me incentivou a estudar.

AGRADECIMENTOS

Existem situações na vida em que é fundamental poder contar com o apoio e a ajuda de algumas pessoas.

Para a realização deste trabalho de conclusão, pude contar com várias. E a essas pessoas prestarei, através de poucas palavras, os meus sinceros agradecimentos:

Ao Criador do Universo (DEUS), por ter me dado, além da vida e de tantas outras coisas pelas quais às vezes nem sou grato, a oportunidade de concluir mais uma etapa de minha vida.

À Professora Doutora Kátia Maria de Medeiros, orientadora deste trabalho, pelos seus conhecimentos, atenção, boa vontade e responsabilidade acima de tudo;

A meus colegas de sala que, durante todo o curso, me influenciaram na persistência diária.

Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom "resolvedor de problemas", tem que resolver problemas.

(George Polya)

RESUMO

Não é de hoje que sabemos da importância dos gráficos para o estudo de certos conteúdos, sejam eles matemáticos ou não. Na área de Matemática, dentre os conteúdos que exigem esboço de gráficos está Funções. É visível a dificuldade encontrada pelos alunos do Ensino Médio na representação gráfica da Função Afim. Quando relacionamos seu ensino-aprendizagem à utilização de software, podemos obter uma melhor compreensão. O objetivo geral de nossa pesquisa foi incentivar o uso de software para melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Função Afim, e fomentar o uso de práticas docentes de caráter inovador que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem desse tema. Essa pesquisa tem como objetivos específicos facilitar o raciocínio e, por conseguinte, facultar a absorção dos conhecimentos respeitantes ao gráfico da Função Afim; esclarecer ideias relacionadas ao gráfico da Função Afim que não são trabalhadas em sala de aula; perceber que modificações na equação são responsáveis por modificações no gráfico da Função Afim; aproximar o aluno da notação utilizada pelo software Winplot e utilizar problemas reais relacionados ao cotidiano dos alunos com o Winplot. A metodologia foi desenvolvida levando em consideração a resolução de problemas matemáticos de George Polya. Essa pesquisa foi realizada entre abril e maio de 2011, numa turma da primeira série do Ensino Médio da Escola Estadual Cícero dos Anjos, em São Vicente do Seridó-PB. Os resultados mostram um melhoramento que expressa com clareza a eficácia do Winplot na compreensão do gráfico da Função Afim através da resolução de problemas.

Palavras-chave: Winplot; Função Afim; Resolução de Problemas Matemáticos; Ensino Médio.

ABSTRACT

It is not today that we know the importance of graphics for the study of certain content, whether mathematical or not. In the area of Mathematics, among the contents that require sketch graphs are Functions. It is apparent the difficulty encountered by High School students in the graphic representation of the Linear Function. When relating to the teaching and learning for using software, we can obtain a better understanding. The overall goal of our research was to encourage the use of software to improve the teaching and learning of the Linear Function, and to promote the use of innovative teaching practices who seek to overcome problems identified in the process of teaching and learning of this subject. This research aims to facilitate the specific reason and therefore provide the absorption of knowledge relating to the graph of the Linear Function; to clarify ideas related to the graph of Linear Functions that are not worked in the classroom; to realize that changes in the equation are responsible by changes in the graph of function In order to approach the student in the notation used by the software and to use Winplot for real problems related to students everyday lives with Winplot. The methodology was developed taking into account the mathematical problem solving of George Polya. The data was collected between April and May 2011, a first-grade class of High School State School Cícero dos Anjos, São Vicente do Seridó-PB. The results showed an improvement that clearly expresses the effectiveness of Winplot in understanding the graph of the Linear Function by solving problems.

Key Words: Winplot; Linear Function; Mathematical Problem Solving; High School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Sabemos que o conceito de Função Afim é um dos mais importantes da Matemática, mas sabemos também que, em se tratando da assimilação dos conceitos básicos envolvidos nesse tema, os alunos apresentam sérias dificuldades. Alunos que: sentem dificuldade na compreensão e análise de gráficos; não conseguem estabelecer relações entre a Função Afim e suas aplicações; apresentam complicações na generalização de situações; não conseguem compreender a discussão da variação de uma função afim em função de um parâmetro; etc. Essas lacunas precisam, urgentemente, ser preenchidas.

Essa pesquisa é de grande relevância para a Educação Matemática, pois, além de fomentar o uso das TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação – em sala de aula, visa ainda, facilitar a compreensão do gráfico da Função Afim por intermédio de uma forma dinâmica através do computador e do software Winplot.

Este trabalho se organiza da seguinte forma: inicialmente, fazemos a Revisão de Literatura, na qual se encontra uma abordagem histórica a respeito dos aspectos históricos das funções e da resolução de problemas matemáticos; em seguida tratamos das TIC e dos diferentes software para a aula de Matemática dando atenção especial ao Winplot; o Winplot e o ensino-aprendizagem da Função Afim vêm logo depois seguidos da resolução de problemas matemáticos na sala de aula e o uso do Winplot; logo em seguida, explicitamos os objetivos e a metodologia; posteriormente, temos a análise dos dados (pré-teste, aulas e pós-teste); e, finalmente, apresentamos a conclusão.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

- Incentivar o uso de software para melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Função Afim, e fomentar o uso de práticas docentes de caráter inovador que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo Função Afim.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Facilitar o raciocínio e, por conseguinte, facultar a absorção dos conhecimentos respeitantes ao gráfico da Função Afim;
- Esclarecer ideias relacionadas ao gráfico da Função Afim que não são trabalhadas em sala de aula;
- Perceber que modificações na equação são responsáveis por modificações no gráfico da Função Afim;
- Aproximar o aluno da notação utilizada pelo software Winplot;
- Utilizar problemas reais relacionados ao cotidiano dos alunos com o Winplot.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DAS FUNÇÕES

Segundo Zuffi (2001), ao contrário do que muitos pensam, e assim como qualquer outro conceito matemático, a definição de função abordada nos dias de hoje por professores do ensino superior, médio ou fundamental, necessitou de um longo período de tempo para ser formalizada. Não podemos ser precisos quanto à origem desse conceito em virtude da discordância de alguns autores com relação ao tema. Contudo, afirma a autora, alguns atribuem esse mérito aos babilônios, afirmando que esses em 2000 a.C. já lidavam com problemas relacionados a tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas. Tais tabelas juntamente com a interpolação linear[1], fizeram dos gregos notórios idealizadores da dependência funcional[2].

Em toda a sua evolução, o conceito de função contou com a colaboração de vários estudiosos. Muitos desses definiram e viram função de perspectivas diferentes, no entanto todos esses estudos convergiram para o conceito utilizado na atualidade. Segundo Boyer (1996), ideias primárias de função já existiam por volta de 1361, quando Nicole Oresme (1323-1382) descreveu qualitativamente, sem se utilizar de medidas e através de gráficos, um corpo movendo-se com aceleração uniforme. A contribuição de Galileu Galilei (1564-1642) veio complementar o trabalho de Oresme com a introdução do tratamento quantitativo nas representações gráficas. A relação de dependência entre quantidades variáveis, que usamos nos dias atuais, foi evidenciada por Descartes (1596-1650) com o auxílio de equações em x e y.

No entanto, afirma Zuffi (2001), todas essas contribuições não são efetivas quando comparadas com as de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). As principais ideias de Newton relacionadas às funções estavam intrinsecamente ligadas às taxas de mudança ou variação de quantidades e às imagens geométricas de uma função real de variável real. Além disso, sem muito

[1] Interpolação que se faz admitindo-se ser linear a variação da função.
[2] Quando existem duas ou mais funções relacionadas por uma identidade. Ex.: o seno e o co-seno são funcionalmente dependentes, já que $sin^2x + cos^2x = 1$.

êxito, ele também procurou definir limite de uma função fazendo uso de termos distantes da noção de limite que conhecemos hoje.

Se referir à função como certos segmentos de reta cujos comprimentos dependiam de retas relacionadas às curvas, surgiu com Leibniz em 1670 e, ainda segundo Zuffi (2001), só depois ele usa o termo “função” para dizer respeito a quantidades dependentes ou a expressões. De acordo com a autora, das várias notações para função de x, a mais próxima da notação utilizada hoje é “fx”. Um discípulo de Jean Bernoulli que se tornou notório no campo da Matemática por organizar o Cálculo Diferencial e ampliar as ideias de Newton para a Análise Matemática, foi Leonard Euler (1707-1783). A partir daí, a função deixou de ser implícita na Geometria Analítica de Fermat e Descartes, e nos estudos de Newton e Leibniz, e tornou-se notável e imprescindível para o estudo de processos infinitos. É importante frisar que as contribuições de Euler foram de grande importância para a linguagem simbólica e as notações que utilizamos hoje, dentre as quais estão $f(x), e, \pi$ e $i = \sqrt{-1}$. Euler foi impreciso quando definiu limite, em razão de ter utilizado ideias ambíguas sobre os diferenciais, e essa imprecisão parece ter refletido em sua definição de função e de variável.

Segundo a autora, outro matemático que contribuiu em larga escala foi Joseph-Louis Lagrange (1736-1813). Este se preocupou em incluir funções de várias variáveis na sua definição de função. Para este matemático as funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e não as constantes que aparecem combinadas a elas. Para a Matemática, suas contribuições mais importantes foram nos campos das derivadas, séries de potências, mecânica e teoria de equações, equações diferenciais, funções de várias variáveis, Teoria dos Números e Álgebra. Esse conceito é aprimorado, posteriormente, em sua obra Lecons sur le calcul des fuctions (1806). Apesar de tudo, a Matemática da época não dispunha de todo esse rigor que vemos hoje. Augustin Louis Cauchy (1789-1857) e Gauss (1777-1855) foram responsáveis pela ênfase dada à “área do rigor” desenvolvida no século XIX. Cauchy definiu função de uma ou várias quantidades como sendo quantidades que se apresentam, no cálculo, como resultados de operações[3] feitas sobre uma ou várias outras quantidades constantes ou variáveis. Um sacerdote tcheco oito anos mais velho que Cauchy,

[3] Tais operações não foram explicitadas por Cauchy.

Benhard Bolzano (1781-1848), já percebia uma diferença entre “infinitos”, isto é, ele sabia que os conjuntos dos números naturais e o conjunto dos números inteiros possuíam uma quantidade infinita de elementos assim como o conjunto dos números reais. No entanto, este não é enumerável ao mesmo tempo em que aqueles são.

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) dedicou boa parte dos seus estudos a propagação do calor e em 1822 afirmou, em sua obra La Théorie Analytique de la Chaleur, que qualquer função poderia ser expressa da forma $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos\frac{n\pi x}{l} + b_n \sin\frac{n\pi x}{l}\right]$ onde, $a_n = \frac{1}{l}\int_{-1}^{1} f(t)\cos\frac{n\pi t}{l}dt$ e $b_n = \frac{1}{l}\int_{-1}^{1} f(t)\sin\frac{n\pi t}{l}dt.$ A vantagem apresentada por esse tipo de representação é que a função a ser representada precisa apenas ser contínua e diferenciável por partes, podendo apresentar, assim, infinitos pontos de descontinuidade, ao passo em que a série de Taylor exige que a função seja diferenciável (ZUFFI, 2001).

Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859), baseado em algumas ideias e trabalhos de Cauchy, conforme afirma Zuffi (2001), também contribuiu com a história das funções, chegando a demonstrar que nem todas as funções podem ser descritas pela série de Fourier. Foi proposta dele a função conhecida como “função de Dirichlet”: $f(x) = \begin{cases} a, \text{se } x \text{ racional} \\ b, \text{se } x \text{ irracional} \end{cases}$, com $a \neq b$, a e b constantes. Outra importante ideia, assinalada pela autora, de continuidade e diferenciabilidade caminharam juntas por um bom tempo. Mas em 1872, Karl Theodor Weierstrass (1815-1897), quebrou definitivamente essa aliança ao apresentar a seguinte função: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n \pi x)$, com a inteiro ímpar, $b \in R$, tal que $b \in \,]0,1[$ e $ab > 1 + \frac{3\pi}{2}$. Trata-se de uma função contínua e não diferenciável.

Como podemos perceber, durante todo esse processo evolutivo ao qual o conceito de função foi submetido, esse pôde contar com várias contribuições que cooperaram na criação do conceito atual. A maioria dessas contribuições se deu graças a problemas para os quais se buscavam soluções, ou seja, houve uma necessidade de aperfeiçoamento do conceito de função. Desse modo a resolução de problemas, também foi um importante impulsionador para a evolução do conceito de função.

3.2. ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989), os problemas foram e ainda são de grande importância para a evolução da Matemática e estão presentes nessa ciência, desde os primeiros momentos de sua existência. Por outro lado, o mesmo não se pode afirmar a respeito da resolução de problemas matemáticos, pois o seu estudo começou a ganhar consistência com Descartes, quando esse, concebeu as primeiras ideias aceitáveis referentes à heurística de resolução de problemas.

De acordo com estes autores, Descartes ambicionava construir uma técnica de resolução de problemas que abrangesse todos os problemas. Com toda sua obstinação intentou escrever três livros acerca do assunto. Ainda escreveu o primeiro e parte do segundo, não pondo totalmente em prática seu plano. Ele afirmou que quem usasse a técnica desenvolvida por ele era capaz de solucionar qualquer problema. A técnica desenvolvida por Descartes se dividia em três estágios descritos a seguir: *primeiro*: reduzir todo problema algébrico a um problema contendo apenas equações; *segundo*: reduzir todo problema matemático a um problema algébrico; e *terceiro*: reduzir qualquer problema a um problema matemático. Se pararmos para pensar um pouco vemos que tal técnica não é totalmente eficaz, considerando que nem todo problema pode ser reduzido a um problema matemático. Além de Descartes, se interessaram pelo tema: Graham Wallas (1858–1932), psicólogo e cientista político inglês; Skinner (1904–1990), psicólogo americano.

Stanic e Kilpatrick (1989) afirmam que houveram, até então, várias descobertas e invenções matemáticas que não podem passar despercebidas, no entanto, tais contribuições jamais tiveram relação direta com os currículos escolares. Por outro lado, um matemático que idealizou a descoberta matemática de forma acessível e altamente utilizável pelos professores, atendia pelo nome de George Polya[4]. Esse importante matemático do século XX prestou uma atenção especial ao desenvolvimento e aperfeiçoamento do processo de resolução de problemas dividindo-o em quatro estágios topicalizados a seguir.

O primeiro consistia na *compreensão do problema*; o segundo, na *construção de uma estratégia de resolução*; *a execução dessa estratégia* era o

[4] Ver Anexo B – Biografia de Polya.

terceiro estágio; o quarto dizia respeito à *revisão da solução*, isto é, depois do problema resolvido, Polya acreditava que era necessário revisar toda a solução obtida, verificando os resultados utilizados.

Segundo Ramos (2002), contribuições no desenvolvimento do processo de resolução de problemas matemáticos também partiram de Alan Schoenfeld, pesquisador na área de educação e desenvolvimento cognitivo relacionado à Matemática. Schoenfeld citado por Ramos (2002), afirma que a resolução de problemas é de grande importância na compreensão e no ensino da matemática. Em seu livro *Mathematical Problem Solving* de 1985, ele afirma que uma das habilidades que um bom matemático deve portar é o domínio sobre a heurística de resolução de problemas, além de quatro categorias consideradas por ele fundamentais. A primeira categoria é *recursos*, isto é, conhecimento de procedimentos e questões da Matemática; a segunda é a *heurística* ou estratégias e técnicas para a resolução de problemas; a terceira fica por conta das decisões sobre quando e quais recursos usar que a denominou *controle*; e por fim, vêm as *convicções* que se referem à visão matemática do mundo, que segundo Schoenfeld, determina como alguém aborda um problema.

Todos esses estudiosos acima mencionados são apenas alguns dos que contribuíram enormemente para a evolução do processo de resolução de problemas. De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), nenhum desses pesquisadores possui todas as respostas para o tema em questão. No entanto, as contribuições que cada um deixou, nos ajuda na formulação de ideias básicas referentes à resolução de problemas, à importância do seu ensino e sua relação com a Matemática. É inegável que a resolução de problemas é a essência do desenvolvimento da Matemática e seu papel é de fundamental e extrema importância no ensino dessa ciência em todos os níveis.

3.3. BREVE HISTÓRIA DO COMPUTADOR

Antes do advento dos computadores foram inventadas outras engenhosidades na tentativa de acelerar o cálculo. As mais notórias invenções das quais se tem registros foram: a Calculadora de Discos (Pascal – 1642), a Máquina Diferencial e o Motor Analítico (Babbage – 1822), a Tabuladora (Hollerith – 1890) e a

Mark I (Howard Aiken – 1941). Essa última efetuava, por segundo, três adições e subtrações ou uma multiplicação, e era capaz de resolver em um dia problemas matemáticos que um ser humano despenderia seis meses para resolvê-los.

A história do computador está dividida em gerações que ao todo contabilizam cinco. A *primeira geração* engloba, obviamente, os primeiros computadores. O ENIAC foi o primeiro, inaugurado na Universidade da Pensilvânia, em 14 de fevereiro de 1946, por J.P. Eckert e John Mauchly. Mil vezes mais célere do que qualquer máquina já existente, era capaz de resolver 5 mil adições e subtrações, 350 multiplicações ou 50 divisões por segundo. A partir daí foram desenvolvidos: o BINAC, computador automático binário e o EDSAC – Eletronic Delay Storage Automatic Calculator, em 1949; o UNIVAC – Universal Automatic Computer, em 1951; o EDVAC – Eletronic Discrete Variable Automatic Computer – e os IBM 701-104, em 1952; o MADAM – Manchester Altomatic Digital Machine; o SEC – Simple Eletronic Computer e o APEC – All-Purpose Eletronic Computer.

A *segunda geração* foi marcada pelo surgimento dos computadores transístores: o IBM 1401, o BURROUGHS B 200, o TRADIC e o IBM TX-0, em 1058, além do PDP-1 e do MANIAC. Na *terceira geração*, década de 60, foi a vez dos computadores com circuitos integrados: Burroughs B-2500, IBM 360 e Burroughs B-3500. O PDP-5, em 1965, foi o primeiro minicomputador comercial e custava US$ 18.000,00, seguido do PDP-8. Na *quarta geração* nasceu o microcomputador ALTAIR 8800 em 1974-5. Ainda nesse ano, 1975, Paul Allen e Bill Gates deram origem à Microsoft e o primeiro software para microcomputador. Na *quinta geração* de computadores, tornou-se viável a execução de várias operações simultâneas, uma maior capacidade de processamento e armazenamento de dados, além da simplificação e miniaturização dos computadores, permitindo que esses fossem usados em aeronaves, embarcações, automóveis, etc.

3.4. AS TIC E OS DIFERENTES SOFTWARE PARA A AULA DE MATEMÁTICA

É notória a invasão das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na vida social dos seres humanos. À medida que o tempo passa somos obrigados a aprender comandos e mais comandos, seja em um mero acesso à conta bancária, seja em uma comunicação via aparelho telefônico. Com isso, nos vemos obrigados a sabermos lidar com tais tecnologias.

É difícil imaginar como seria o mundo atual sem computadores, telefones, caixas eletrônicos, internet, TV, etc. Quando o assunto é a inserção de tecnologias no processo de ensino-aprendizagem, muitas questões surgem cujas respostas não podem ser dadas de forma sucinta. Questões do tipo: as TIC são essenciais no processo de ensino-aprendizagem? Será que o computador pode ou não substituir o professor? Computadores munidos com poderosos software, TV, DVD, calculadora, etc. são suficientes para se atingir os objetivos educacionais?

O que podemos observar é que a maioria dessas questões, senão todas, está voltada para as TIC. Portanto, se faz necessária uma reformulação dessas questões para que essas se refiram também à escola e aos objetivos ambicionados por ela, assim como, às relações existentes entre professor, alunos e conhecimentos.

É importante ressaltarmos que as TIC não são, de modo algum, imprescindíveis para que haja educação. O que queremos deixar claro é que o uso das tecnologias em sala de aula pode funcionar como um catalizador do processo de ensino-aprendizagem, prendendo a atenção dos alunos, dinamizando as aulas e, por conseguinte, tornando-as mais produtivas e interessantes.

Um mito que convenceu muita gente é o que afirma que, futuramente, com o avanço da tecnologia, as máquinas iriam substituir os seres humanos, e isso ocasionaria desempregos em massa. É fácil ver que isso não passa de um engano. As máquinas são responsáveis apenas por atividades repetitivas e não trabalham sem que alguém as opere.

Um raciocínio semelhante a esse é pensar que no futuro o professor não será mais necessário para que haja transmissão de conhecimento. É importante frisarmos que o computador desempenha função apenas de uma ferramenta facilitadora no processo. De acordo com Barufi e Lauro (2001, p.124):

> A capacidade de questionar, de propor problemas, de buscar onde estão as informações, de estar próximo, de estar presente, de ser gente, de perceber onde estão as dificuldades, essas características a máquina não possui. A sensibilidade do professor, enquanto ser humano, não pode ser substituída. É ela que o torna tolerante e disponível, aberto para as necessidades e dificuldades de seus alunos, buscando sempre novas maneiras de concretizar seus objetivos. A sensibilidade possibilita

> ao professor observar o brilho nos olhos de seu aluno quando esse conseguir construir o significado.

É quase evidente que, com a inserção das TIC nas escolas, o professor tem por obrigação mudar a metodologia usada em sala de aula. Além de o professor ter de aprender a usar novos equipamentos e programas computacionais, terá também que encontrar formas produtivas e viáveis de integrar as TIC no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Ponte (2000, p. 76):

> O professor, em suma, tem de ser um explorador capaz de perceber o que lhe pode interessar, e de aprender, por si só ou em conjunto com colegas mais próximos, a tirar partido das respectivas potencialidades. Tal como o aluno, o professor, acaba por ter de estar sempre a aprender. Desse modo, aproxima-se dos seus alunos. Deixa de ser a autoridade incontestada do saber para passar a ser, muitas vezes, aquele que menos sabe.

Portanto, com essas mudanças é necessário que os professores se tornem mais participativos e responsáveis perante as instituições de ensino, tendo em vista que eles passam a assumir uma função educativa primordial.

O computador, diferentemente da calculadora, já não causa mais polêmica quanto ao seu uso nas aulas de Matemática. Talvez pelas suas várias funções, isto é, enquanto a calculadora trabalha apenas com cálculos, o computador, em conjunto com software, pode ser de grande utilidade em uma diversidade de conteúdos matemáticos. Hoje, infelizmente, ainda encontramos professores de Matemática que abolem totalmente o uso da calculadora de suas aulas. Obviamente, não há necessidade alguma de isso acontecer, mas se faz necessária uma discussão acerca dos momentos que tal ferramenta deve ou não ser utilizada em sala de aula. No caso do computador, não é diferente, existem ocasiões em sala de aula onde este pode ser usado e ocasiões onde o seu uso não se faz necessário.

É só olharmos ao nosso redor para percebermos a necessidade de nos familiarizarmos com o computador. À medida que os dias passam nos damos conta da forte influência de tal ferramenta em nossas vidas. A maioria das empresas e indústrias que oferecem empregos é informatizada, ou seja, o mercado de trabalho está cada vez mais competitivo e exigente, e dentre essas exigências está saber manusear um computador.

Uma falsa impressão que os alunos têm é que o computador é capaz de fazer quase tudo, uma espécie de máquina milagrosa. É importante deixar claro que o computador lida apenas com situações algoritmáveis, ou seja, situações que podem ser traduzida para a linguagem entendida pelo computador. Por exemplo, o computador é capaz de calcular em um curtíssimo espaço de tempo o determinante de uma matriz de ordem, digamos cinco, mas não tem competência suficiente para lidar com sentimentos, pois esses não podem ser expressos por um algoritmo. Diante disso, o que pode ser feito é tentar se aproximar ao máximo de situações não-algoritmáveis utilizando situações algoritimáveis. Queremos deixar claro que não estamos afirmando que é viável reproduzir situações não-algoritmáveis usando situações algoritmáveis.

O uso do computador em sala de aula dar, quer queira, quer não, uma nova estrutura às atividades escolares. Sobre mudança de estrutura escolar Ponte (2000, p. 75) afirma:

> Trata-se, talvez, de uma falsa questão. A escola, tal como a conhecemos hoje, terá inevitavelmente que mudar e será, com grande probabilidade, irreconhecível dentro de algumas décadas. Mas, tal como a escola da sociedade moderna levou o seu tempo a afirmar-se a partir das instituições educativas do passado, também podemos esperar que as transformações que se avizinham envolverão várias gerações. E, seja qual for a forma geral que as instituições educativas do futuro venham a assumir, podemos esperar que elas contemplem, de modo ainda mais marcante do que no presente, a interacção social como elemento fundamental da construção do conhecimento e na definição das identidades sociais e individuais.

É importante ressaltarmos que a presença dos computadores em sala de aula não pode desviar a atenção que deve ser dada aos alunos e à interação entre esses, caso contrário, o computador produzirá resultados contraproducentes.

A ausência de computadores na escola não impede que conceitos sobre informática sejam desenvolvidos, tendo em vista que esses estão intrinsecamente ligados a conteúdos matemáticos já presente na grade curricular de cada disciplina.

3.4.1 Aplicativos para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática Mediados por Computadores

São vários os software que trabalham com temas matemáticos e abordam conteúdos respeitantes ao Ensino Fundamental, Médio e Superior. Nesse tópico faremos uma apresentação bastante sucinta de alguns programas que versam sobre geometria dinâmica. Tais software são de grande relevância no estudo de geometria, pois permitem ao usuário dar movimentos a objetos geométricos como pontos, retas, vértices de polígonos, etc. Isso proporciona a esses objetos um maior dinamismo, diferentemente de quando são trabalhados no caderno.

O *Geometricks* – desenvolvido na Dinamarca por Viggo Sadolin, este software é de uso exclusivo da geometria. Possibilita a construção de vários objetos geométricos viabilizando movimentos livres pela tela de forma simples, dinâmica e com recursos de um sistema de coordenadas. Possui versão em português e informações disponível em www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem/html.

O *Geometrix* – desenvolvido em Portugal, também possui uma interface em português e, diferentemente do Geometricks, não é de uso exclusivo da geometria. Ele possibilita a criação de exercícios, desenhos e atividades. Também permite o trabalho com ferramentas auxiliares e análise de dados.

O *Cabri-Géomètre II* – criado na universidade Joseph Fourier de Grenoble, França, por Yves Baulac, Franck Bellemain e Jean-Marie Laborde, permite a criação de quaisquer construções com régua e compasso. Possui recursos de animação e lugar geométrico. Permite que se façam medidas e calcula relações entre elas. Também é capaz de associar elementos de geometria analítica às construções, fazendo atualizações automáticas nos parâmetros das equações ao modificar-se interativamente os elementos gráficos na tela. É disponível em seis diferentes línguas para várias plataformas. Disponível na versão portuguesa em www.cabri.com.br.

O *Geometer's Sketchpad* – desenvolvido por Nicholas Jackiw no Moravian College, Pensilvânia, é comercializado pela Key Curriculum Press e apresenta funcionalidade muito semelhante a do Cabri. Está disponível em www.keypress.com.

Segundo Amorim (2003), os software referidos acima, apesar de todo o seu funcionalismo, deixam a desejar em dois aspectos:

O primeiro faz referência à individualidade de temas que os software abordam, ou seja, software que trabalham com geometria não têm recursos para trabalhar com matrizes, por exemplo. Seria bastante interessante que estudiosos de várias áreas do conhecimento se unissem e desenvolvessem um software "eclético" que dê suporte ao ensino de conteúdos diversos.

O segundo aspecto, assinala o autor, diz respeito ao fato de para se usar um aplicativo criado em um dos programas supracitados é necessário ter uma cópia de tal programa instalado no computador. Isso inviabiliza que os alunos visualizem em casa os conteúdos criados pelo professor. Uma solução viável é a criação de software compatíveis com a Internet, pois os conteúdos criados poderiam ser expostos e acessados de qualquer computador conectados a rede mundial de computadores. Além disso, esses conteúdos seriam de grande utilidade nos cursos de Educação à Distância.

A vantagem de um software com uma abordagem ampla de conteúdos está exatamente na economia de tempo e dinheiro, pois não seria necessário comprar vários software, tampouco aprender comandos de programas distintos.

Outro problema enfrentado pelos professores e alunos que usam essa tecnologia reside na interface do programa cuja maioria é estrangeira, tendo em vista que grande parte dos usuários não domina outra língua diferente da vernácula. Segundo Amorim (2003):

> […] deveria haver um software com interface gráfica amigável e personalizável e com um ambiente visual de criação, o qual permitisse aos professores de disciplinas matemáticas de quaisquer níveis de ensino gerar conteúdos multimídia independente de plataforma (Unix, Linux, Windows, etc.).

A ideia de um software mais geral que abranja diversos conteúdos pode e deve ser aplicada além da matemática, isto é, alunos e professores de outras disciplinas deveriam ter a sua disposição tal aplicativo. Com isso, obteríamos ainda mais economia e despenderíamos menos tempo com treinamentos de professores.

É impressionante o número de alunos que ojerizam à Matemática. São inúmeros os fatores que ocasionam essa realidade dentre os quais é importante frisarmos uma falha apresentada pelo professor, quando não consegue estabelecer relações entre os conteúdos abordados em sala de aula e situações cotidianas vivenciadas pelos alunos, contribuindo assim, para a falsa impressão causada nos alunos, de que a Matemática não passa de uma repetição de fórmulas desconectadas do mundo real.

Outra deficiência do docente que infelizmente nos deparamos com frequência em salas de aulas é o uso de metodologias tradicionais que utilizam apenas lousa, lápis e livro. Métodos como esse fazem com que os alunos se sintam entediados sempre que estão na sala de aula, e o que era pra ser um ambiente de absorção e troca de conhecimento torna-se um dos últimos lugares onde os alunos desejariam estar.

Para sanarmos tais carências é necessário lançarmos mão de outras metodologias. Uma opção é valorizarmos a inserção da tecnologia nas práticas de ensino. Para isso, podemos contar com programas de computador capazes de proporcionar maior entendimento, interesse em aprender, criatividade, etc.

Não há dúvidas quanto aos benefícios trazidos pela utilização de software matemáticos nas aulas de Matemática, uma vez que tais programas, além de despertarem um maior interesse através do dinamismo de cores e animações, proporcionam avanços no processo de ensino-aprendizagem. Na época em que vivemos, utilizar um programa de computador para facilitar as aulas de Matemática não é coisa de outro mundo. Necessita-se apenas de um Laboratório de Informática, ou simplesmente uma sala com computadores, e de professores capacitados. Além do mais, existe uma infinidade de software *freewares*[5] e *sharewares*[6] que trabalham com diversos conteúdos matemáticos e que estão disponíveis na Rede Mundial de Computadores (RMC), a internet.

Para que haja um bom aproveitamento não são suficientes apenas computadores munidos de poderosos software. É necessário que o professor saiba como agir diante de tais instrumentos e de situações que por ventura venham a surgir. Por essa e por outras razões é de fundamental importância que nos preocupemos mais com a formação de professores de Matemática, propiciando condições para que esses valorizarem as metodologias que fazem uso de ferramentas tecnológicas com o intuito de proporcionar um ensino adequado ao perfil de nossos jovens.

[5] *Freeware*: programa de computador oferecido gratuitamente pelo seu autor, em geral disponível na Internet para *download.*
[6] *Shareware*: software distribuído livremente, mas que ao ser usado com regularidade, é cobrada uma taxa pela qual se obtém acesso irrestrito ao programa.

É importante salientarmos que o papel do computador nas aulas de Matemática não se resume à velocidade com a qual o mesmo apresenta as respostas. Cabe ao professor propiciar situações desafiadoras que incite os alunos a buscarem tais respostas. É durante essa busca que os alunos desenvolvem a capacidade de tentar, supor, testar e provar as respostas encontradas para o problema.

3.4.2. A Notação Matemática e a Notação dos Software

A notação é usada para condensar a representação de ideias e pensamentos e, por consequência, facilitar a reprodução escrita dos raciocínios. Por exemplo, a expressão “xis ao quadrado menos duas vezes xis mais um é igual a dez” pode ser expressão de uma forma mais econômica, entretanto, com o mesmo significado e sem perda de contexto, mudando-se apenas a notação. Se usarmos a conhecida notação matemática a qual estamos afeiçoados, a expressão ganha a seguinte forma: $x^2 - 2x + 1 = 10$.

O aluno sente dificuldade em aprender esse tipo de notação. Podemos citar um exemplo corriqueiro nas séries iniciais do ensino fundamental quando o aluno, ao se deparar com o conteúdo *potenciação*, costuma multiplicar a base da potência pelo seu expoente. Quando o professor afirma que $2^2 = 2 \times 2 = 4$, por mais que ele ressalte que o que ocorreu nesse procedimento não foi a multiplicação da base pelo expoente, mas sim a base foi repetida duas vezes em virtude do expoente ser 2. Se, em seguida, o professor pedir que os alunos calculem 3^2, não por unanimidade, mas alguns dirão que a resposta é 6. Ao serem interpelados sobre a justificativa, responderão que a resposta é essa pelo simples fato de 3×2 ser igual a 6.

Segundo Tolchinsky (2008), não é de hoje que os meios notacionais se fazem presentes na vida dos seres humanos. Há indícios que esses já utilizavam tais meios desde o período paleolítico. Portanto, fica evidente que a importância da representação de ideias através de imagens, paus, pedras, etc., teve sua notoriedade levada em conta desde longa data. Venturi (2011) salienta que até o século XVI as expressões matemáticas eram expressas de uma forma que atualmente consideramos prolixa. Por exemplo, em 1591, Viète, para representar a equação quadrática $3A^2 + 8A - 7 = 0$, escrevia “3 in A quad. et 8 in A planu minus 7 aequatur 0”, que em português equivale a “3 em A quadrado e 8 em A plano menos 7 é igual a zero”.

Os matemáticos sentiam algumas dificuldades respeitantes à comunicação. Um desses empecilhos era a existência de múltiplas notações diferentes para representar a mesma coisa. Tal obstáculo foi galgado com a criação de uma notação única tida como universal. Toda informação escrita nessa linguagem pode ser lida e entendida por falantes de qualquer idioma, desde que conheçam as regras desse sistema de representação. Embora seja independente de qualquer outra língua conhecida, pode ser traduzida para expressões orais ou escritas de qualquer uma delas.

Ainda segundo Venturi (2011), Leonhard Euler foi, senão o maior, um dos maiores responsáveis pela criação e consistência da notação matemática utilizada até hoje. Dentre suas principais contribuições citemos algumas bem conhecidas: $f(x)$ usado para denotar função de x; $\sum$ que provém da letra grega sigma, corresponde à letra S no alfabeto brasileiro e designa somatória; i para a unidade imaginária equivalente a $\sqrt{-1}$; $e = 2{,}7818281\ldots$, conhecido como número de Euler, a base do logaritmo natural; $log\, x$ para logaritmo decimal de x; e $\pi = 1{,}1415926\ldots$ para o número equivalente à razão entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência. Essa ultima já havia sido utilizada por William Jones em 1706, mas Euler a tornou notória ao utiliza-la em seus manuscritos.

O uso de notações também está presente quando utilizamos os software. Ao se fazer uso de um programa computacional é de fundamental importância que se conheça o sistema notacional adotado pelos seus desenvolvedores. Os software voltados para a Matemática corroboram essa afirmação. A notação utilizada pelos software de matemática é parcialmente diferente da que aprendemos na escola. Algumas dessas diferenças estão representadas na tabela seguinte.

Tabela 1 Algumas notações utilizadas por software de matemática

Notações utilizadas	
Em sala de aula	**Pelos software**
$\sqrt{x}$	sqr(x), sqrt(x) ou x^(1/2)
$\sqrt[n]{x}$	root(n,x) ou x^(1/n)
$\lvert x \rvert$	abs(x)
x^n	power(n,x) ou x^n
$\log_b x$	log(b,x)
e^x	exp(x) ou e^x
binom(n,r)	n!/r!/(n-r)!

Faz-se necessário ressaltar que não são todos os software programados para trabalhar temas matemáticos que utilizam os itens notacionais supracitados.

Fica evidente, portanto, que não apenas os meios notacionais da Matemática, mas também os que vão além dos horizontes matemáticos são de fundamental importância nos registros escritos de ideias, pensamentos e raciocínios, uma vez que esses facilitam a comunicação escrita entre os seres humanos. Desse modo, convém que o professor classifique as notações matemáticas e aquelas presentes no software, quando pretender utilizá-lo para o ensino e a aprendizagem de um conceito matemático.

3.4.3. O Winplot

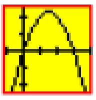
Algumas informações

O Winplot, software *freeware* desenvolvido pelo professor Richard Parris, da Phillips Exeter Academy, além de permitir o esboço e animação de gráficos de funções de uma ou duas varáveis, ainda executa vários outros comandos. Outrossim, o Winplot apresenta outras vantagens que citaremos mais adiante. Dezesseis anos após a criação desse software, o professor Adelmo Ribeiro de Jesus disponibilizou, em 2001, uma versão em português. Atualmente, o *download* do software atualizado pode ser efetuado em http://math.exeter.edu/rparris.

São vários os fatores que nos levaram a optar por trabalhar com esse software durante a realização dessa pesquisa, dentre os quais se encontram: é um software que não requer pagamento por sua licença; é de fácil utilização; estar disponível também em português; é simples de ser instalado; é pequeno (menor que 2 megabyte); roda nas plataformas Linux e Windows (95, 98, ME, 2K, XP, Vista, 7); possibilita, através de variação de parâmetros, a animação de gráficos; etc.

Desde a sua invenção, em 1985, esta ferramenta computacional vem sendo submetida a constantes atualizações. A primeira versão deste software rodava no DOS[7] e tinha por nome Plot. A origem do nome Winplot deu-se pelo fato do Plot ter sido aprimorado para ser executado no, até então recente, Windows. Portanto, o nome Winplot é uma fusão dos nomes Windows e Plot. A versão que utilizamos na realização de nossa pesquisa foi compilada em 9 de março de 2011.

Usando o Winplot

Ao clicarmos duas vezes no ícone  se abrirá a seguinte janela.

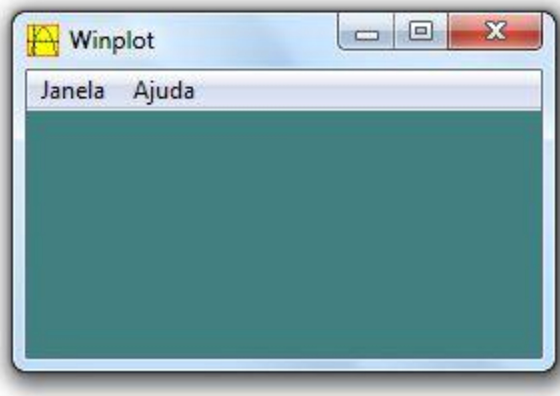


Figura 1 Janela inicial do Winplot.

Os *submenu* mostrados na figura abaixo correspondem aos *menu* **janela** (à esquerda) e **ajuda** (à direita).

[7] Sistema operacional atualmente obsoleto em virtude, principalmente, da reduzida capacidade de executar mais de uma tarefa simultaneamente.

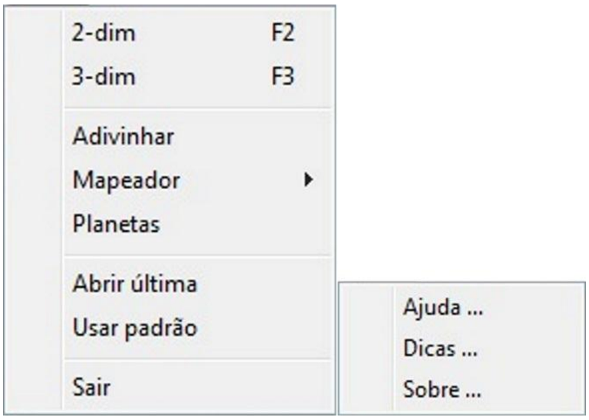


Figura 2 *Submenu* da janela principal.

Doravante, daremos importância ao *submenu* 2-dim, pois esse foi o mais explorado durante a realização de nossa pesquisa. Clicando em 2-dim se abrirá uma nova janela para o esboço de gráficos em duas dimensões (Figura 3).

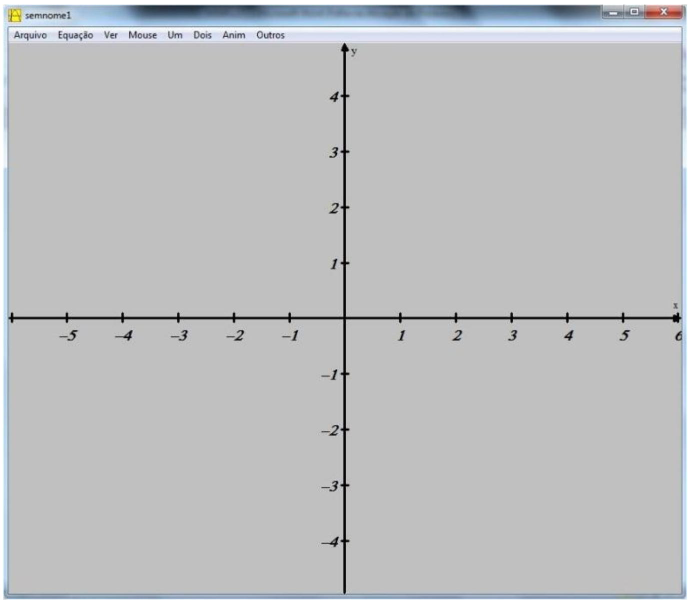


Figura 3 Janela para traçar gráficos em duas dimensões.

Para traçarmos o gráfico de uma função basta clicarmos no *menu* equação para visualizarmos os seguintes *submenu*:

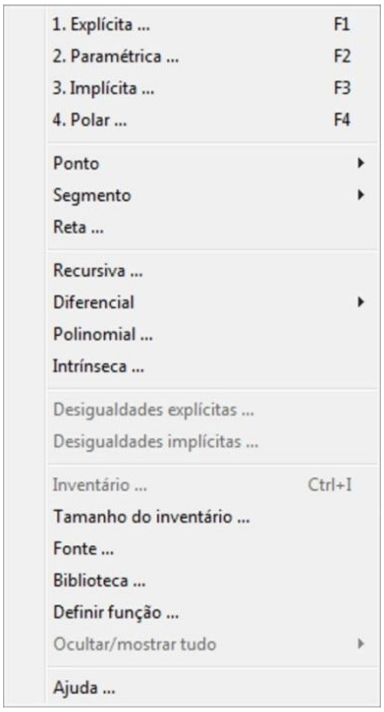


Figura 4 *Submenu* do *menu* equação.

Podemos escolher entre equações do tipo: explícita, paramétrica, implícita ou polar. Escolhendo a opção *Explícita* surge na tela uma janela (Figura 5).

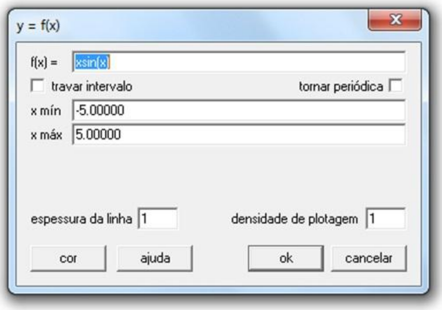


Figura 5 Janela para inserção da função.

Agora só precisamos digitar a função e clicarmos em 

para o programa mostrar o gráfico. Feito isso, aparecerá na tela, a janela do inventário (Figura 6).

Figura 6 Inventário

Por meio dos comandos presentes nesta janela podemos:

- **Editar**: permite fazer mudanças nos exemplos através de uma caixa de diálogo.
- **Apagar**: apaga o que estiver selecionado e tudo que dele depender.
- **Dupl**: duplica função, ponto, segmento, etc.
- **Copiar**: coloca a fórmula na área de transferência.
- **Tabela**: possibilita a visualização de valores da função selecionada.
- **Família**: viabiliza gerar uma família de curvas ou pontos que estão na dependência de um parâmetro.
- **Gráfico**: permite esconder ou exibir o objeto selecionado (ponto, gráfico, segmento, etc.).
- **Equação**: mostra ou oculta a equação na janela dos gráficos.
- **Nome**: admite dar nome as equações.
- **Derivar**: o gráfico da derivada da função selecionada é gerado.
- **Web**: em exemplos do tipo y = f(x), é traçado um diagrama em rede.
- **Fechar**: fecha a janela do inventário.

Particularidade do Winplot

O software Winplot disponibiliza recursos para mudar os coeficientes a e b da função $y = ax + b$, gerando famílias de curvas e com isso possibilita a visualização das diferenças entre elas (Figura 7).

Na figura 7, visualizamos famílias de retas geradas a partir da função $y = ax$, com $0.1 \leq a \leq 1.0$ (em vermelho), e da função $y = bx$, com $-1.0 \leq b \leq -0.1$ (em azul). Na figura 8 vemos a família de retas criadas a partir da função $y = x + b$, com $-4 \leq b \leq 4$.

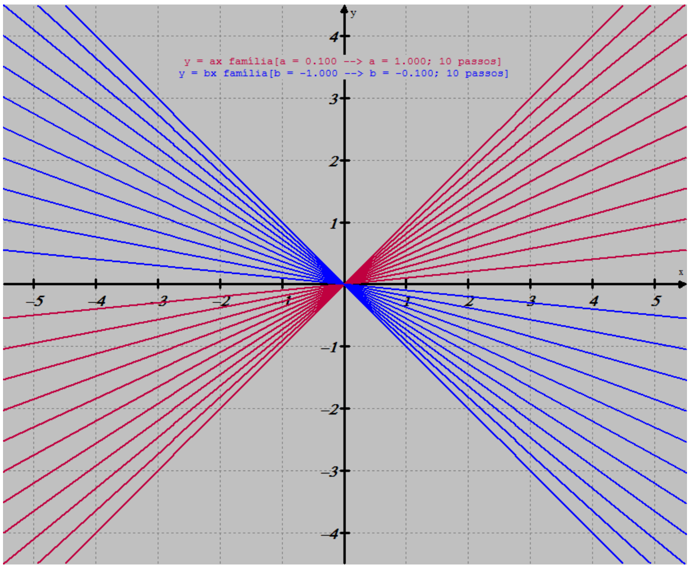


Figura 7 Família de curvas gerada pela função $\boldsymbol{y = ax}$.

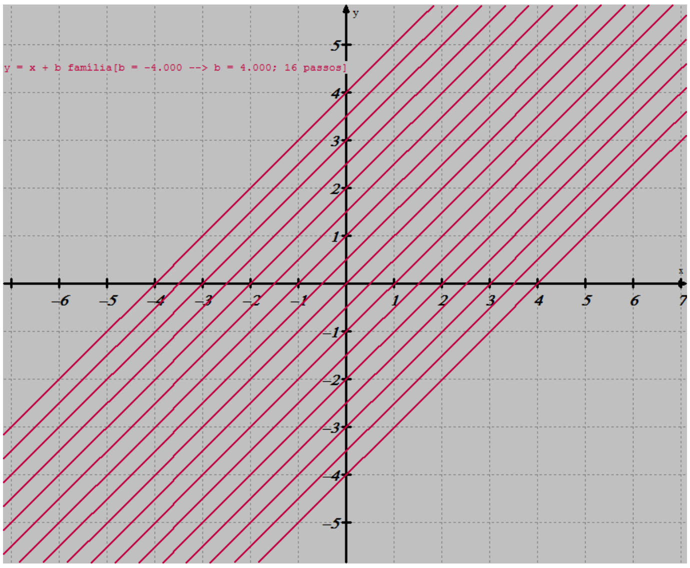


Figura 8 Família de curvas gerada pela função $\boldsymbol{y = x + b}$.

Para informações mais detalhadas acerca da utilização do Winplot, acesse o tutorial do programa no mesmo endereço onde este se encontra disponível para *download*.

3.5. O WINPLOT E O ENSINO-APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM

Dos vários conteúdos matemáticos abordados no Ensino Médio, etapa final da escolaridade básica, *funções* está entre os que mais possuem relação com situações cotidianas vivenciadas pelos alunos. Além disso, esse tema tem grande utilidade interdisciplinar podendo ser empregado, por exemplo, na Física no estudo da Cinemática. Por essas e por outras razões torna-se fácil a introdução desse conteúdo, tendo em vista que é notória sua vasta aplicabilidade no nosso dia-a-dia.

O ensino de funções, tradicionalmente, procede do estudo dos conjuntos numéricos e suas operações. A partir de tais conjuntos define-se o conceito de relações e como casos particulares dessas é identificada algumas funções. Não há necessidade algumas de fazermos todo esse percurso para introduzirmos o estudo de ideias referentes às funções, uma vez que o estudo dessas pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações, por exemplo: idade e altura; área do círculo e raio, tempo e distância, tempo e crescimento populacional, entre outras. Essas situações viabilizam um estudo com problemas contextualizados que podem ser descritos algébrica e graficamente.

Ao relacionarmos expressões algébricas a gráficos é importante ressaltamos as alterações que ocorrem nesses quando variamos os parâmetros daquelas. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2002, p. 72), "É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes".

No Ensino Médio são vários os tipos de funções que os livros didáticos abordam. No entanto, não há a necessidade de todos serem trabalhados, até por uma questão de tempo, pois segundo as Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional no inciso V do Art. 24, os aspectos qualitativos devem prevalecer sobre os quantitativos. Portanto cabe ao professor ter conhecimento das funções que devem ser apresentadas aos alunos, assim como as que não devem. Sobre a linguagem que faz uso excessivo de formalidades e alguns tipos de funções e equações, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2002. 121) afirmam que:

> Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares. […] A resolução de equações logarítmicas e exponenciais e o estudo das propriedades de características e mantissas podem ter sua ênfase diminuída e, até mesmo, podem ser suprimidas.

É aconselhável que se trabalhe os problemas de aplicação ao passo que os conteúdos forem sendo expostos, ou seja, não se deve aplicar todo o conteúdo para só depois trabalhar as situações que os envolvem, pois essas são responsáveis por toda a estruturação do ensino.

Nesta abordagem, o conhecimento matemático é concebido como uma rede de relações. A ideia de conhecimento como rede contrapõe-se a concepção de conhecimento voltada pra um encadeamento linear com a qual estamos mais afeiçoados nos dias de hoje, uma vez que é esta a trajetória percorrida no trabalho e desenvolvimento do conhecimento nas escolas.

A verdade é que a maioria dos professores já tem previamente definido uma sequência fixa de conteúdos a serem aplicados e trabalhados em cada ano letivo. Essa sequência não tem por obrigação ser seguida, ou seja, não é imprescindível tal linearidade nos conteúdos matemáticos que devem ser trabalhados durante o ano letivo. A título de exemplo podemos citar os conteúdos: *números reais*, *conjuntos* e *operações com conjuntos*; que geralmente são explorados e trabalhados antes do conteúdo *funções*. Sobre essa rigidez que alguns professores impõem na estruturação do currículo, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2002, p. 121) afirmam:

> Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário. Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente.

Em Matemática são vários os caminhos que podem ser trilhados para se chegar à solução de um determinado problema. Para Machado (2005, p. 336), essa cristalização curricular, isto é, o enrijecimento excessivo das estruturas curriculares, faz com que seja ignorada uma rica diversidade de contextos, de centros de interesses e de possibilidade de percursos.

Quando encarado como uma rede, o conhecimento é tido como enredamento, como significações tecidas e partilhadas através de diálogos. Nesse aspecto, e ainda segundo Machado (2005), os significados são construídos por meio de relações estabelecidas entre os objetos, as noções, os conceitos.

Na rede a qual o conhecimento é comparado não tem previamente definidos, ponto de partida, centro, tampouco um único caminho a ser seguido, isto é, cada um desses aspectos está na dependência dos objetivos a serem alcançados, e da escolha do itinerário a ser percorrido para se alcançar tais objetivos. São várias as portas que dão acessos a essa rede e inúmeras as combinações de percursos viáveis. Nesse tipo de conhecimento não existem definições perenes, tendo em vista que essas estão sujeitas a constantes modificações.

Portanto, levando em consideração as várias combinações possíveis que constitui trajetórias distintas na busca e exploração do conhecimento, dentre outras vantagens supracitadas, essa concepção de organização do conhecimento torna-se bastante interessante.

3.6. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA E O USO DO WINPLOT

É ampla a diversidade de tarefas que o professor pode trabalhar em sala de aula, mas todas são utilizadas com o mesmo objetivo: melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Essas tarefas se diferenciam umas das outras em virtude de alguns critérios que podem ser levados em consideração: contextualização, interdisciplinaridade, grau de desafio, grau de complexidade, etc. Este último é um tanto relativo, ou seja, uma dada tarefa pode ser considerada complexa e simples ao mesmo tempo, dependendo do público ao qual ela será aplicada. Afinal de contas, o que é uma tarefa? Segundo Ponte (2005, p 1-2):

> Quando se está envolvido numa actividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objectivo da actividade. A tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma

> negociação entre o professor e o aluno. Além disso, a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo. É formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a actividade do aluno. Não basta, no entanto, seleccionar boas tarefas – é preciso ter atenção ao modo de as propor e de conduzir a sua realização na sala de aula.

A seguir abordaremos, de forma sucinta, alguns tipos de tarefas considerados os mais frequentes quanto à sua utilização em sala de aula.

O primeiro tipo ao qual daremos importância merecida é os *Problemas.* Esses contribuíram em larga escala para que a Matemática ocupasse a posição na qual se encontra hoje. A noção de problema está intimamente ligada ao raciocínio exigido do aluno pra que esse o resolva. Portanto, se torna evidente que uma tarefa pode ser problema pra alguns ao passo que é um exercício para outros. De acordo com Polya citado por Ponte (2005, p. 3):

> O professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafios nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta, portanto. Pólya considera isso uma condição fundamental para que os alunos possam perceber a verdadeira natureza da Matemática e desenvolver o seu gosto por esta disciplina.

Outro tipo de tarefa é os *exercícios*. Estes se caracterizam por estarem sempre ligados aos conteúdos vistos recentemente. Um erro cometido frequentemente é pensar que os problemas se diferenciam dos exercícios por não serem tarefas puramente matemáticas. Essa distinção entre problema e exercício, como já foi explicitado, está intimamente ligada ao grau de conhecimento portado pelo aluno, isto é, se, ao ler a questão proposta, o aluno detectar de imediato o procedimento que deve ser utilizado para se chegar à solução, trata-se de um exercício, caso contrário, de um problema. Portanto o exercício é uma ferramenta que auxilia o aluno a fixar melhor os conteúdos recentemente trabalhados em sala de aula, e não é menos importante que qualquer outra tarefa, no entanto, o professor deve discernir os momentos que devem ser aplicados dos que não devem.

Outra classe de tarefa a qual faremos referência é a *investigação*, que possui alto grau de desafio, assim como de indeterminação em seus enunciados, ou seja, não explicita com clareza o que a questão exige. Fica, portanto, a cargo do aluno uma reformulação de tais questões com o intuito de torná-las mais objetivas, pois agindo dessa forma o mesmo viabiliza um processo de resolução que explora os meios disponíveis para se conseguir atingir o objetivo final.

Os benefícios trazidos por essa modalidade de tarefa abrangem desde as vantagens propiciadas pelos exercícios, passando pelos desafios que os problemas oferecem e indo mais além, tendo em vista que é exigido do aluno uma maior participação e envolvimento, pois o aluno é personagem principal da situação na qual a tarefa se fundamenta.

Quando o professor decide trabalhar com certos tipos de tarefa, independente da modalidade que ela se enquadre, é importante que ele selecione as tarefas e as analise com antecipação para que na hora da aplicação não se depare com situações inoportunas e fora do contexto e dos objetivos os quais ele pretende atingir. A título de exemplo considere a seguinte situação:

> *Marcos comprou nove barras de chocolate e pagou por elas quinze reais. Quanto custou cada barra?*

A priori trata-se de uma questão de fácil solução. E é. A inconveniência se torna evidente quando o aluno, ao encontrar a solução, se depara com uma dízima periódica. Não é corriqueiro comprar um objeto e pagar por ele um valor equivalente a 1,66666666... reais. Segundo Ponte (2005, p. 11), “não se trata verdadeiramente de questões da realidade mas sim da semi-realidade”.

Essas tarefas se fazem presentes nos planos que o professor elabora com o intuito de prever as atividades que serão desenvolvidas, os conteúdos que serão abordados, as formas de avaliação e os objetivos que se deseja alcançar. De acordo com Ponte (2005, p. 12), durante os planejamentos de aulas o professor deve definir que estratégia de ensino vai utilizar, e ele ainda apresenta dois tipos básicos de estratégias no ensino da Matemática – o ensino direto e o ensino-aprendizagem exploratório.

O ensino direto é uma estratégia de ensino que atribui grande prestígio à exposição do conteúdo efetuada pelo professor juntamente com a resolução de exercícios e a análise de exemplos propostos. Esse tipo de estratégia faz do professor o centro das atenções uma vez que os alunos, quando não estão resolvendo exercícios, passam a maior parte do tempo de duração da aula com a atenção direcionada a ele enquanto o conteúdo é exposto. Assim, a absorção do conhecimento dá-se em função da audição e resolução de exercícios, que na maioria das vezes são repetitivos.

Por outro lado, o ensino-aprendizagem exploratório faz uso de tarefas, como os problemas e as investigações, levando em consideração as discussões geradas entre os alunos e o professor. Nesse tipo de estratégia é dado tempo aos alunos para que esses explorem, descubram, construam e verifiquem a veracidade das respostas encontradas.

Faz-se necessário ressaltar que, o fato do professor escolher um determinado tipo de estratégia de ensino, não implica dizer que ele tem por obrigação seguir única e exclusivamente tal estratégia até o final. É possível que se faça uso de uma estratégia de ensino “híbrida”, isto é, que se origina da fusão de características de estratégias diferentes.

Assim como qualquer outra ciência, a Matemática passou por um processo evolutivo que dura até os dias de hoje. A Matemática não é uma ciência pronta. Ela surgiu para suprir algumas necessidades dos seres humanos e evolui a cada dia com novas pesquisas e descobertas. Muitos matemáticos estudaram essa ciência, fomentados pela procura, muitas vezes incessante, da solução de certos problemas. Tais problemas foram e ainda são de fundamental importância para o aprimoramento de alguns conceitos matemáticos.

O modo como esses problemas são apresentados e trabalhados em sala de aula, no entanto, não é tido como correto e produtivo. Geralmente, nas aulas de matemática, conceitos, procedimentos e técnicas são ensinados para, posteriormente, aplicar uma atividade com o intuito de verificar a capacidade dos alunos de reproduzir o que foi ensinado. Os alunos procuram evitar ao máximo o raciocínio e tentam encontrar no enunciado de cada problema palavras que indiquem de imediato o procedimento ou algoritmo a ser utilizado na resolução.

Tal resolução deveria exigir muita reflexão e uma diversidade de conhecimentos, de modo que venha a favorecer ao aluno criar situações de descoberta. Entretanto, não é assim que ocorre, e o que era pra ser um problema ganha caráter de exercício repetitivo cuja resolução não passa de um mero procedimento padronizado. Portanto, fica evidente que os alunos, sem muitos esforços, veem com antecipação, o procedimento que deve ser usado na resolução dos “problemas” propostos. Para Medeiros (2001), essa visão prévia que os alunos têm pode ser vista como uma cláusula do contrato didático envolvendo professor, aluno e conhecimento específico trabalhado.

As noções de contrato didático foram desenvolvidas por Guy Brousseau com o intuito de analisar as relações que se estabelecem entre o professor, aluno e conhecimento. Para Brousseau (1986), contrato didático é o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto de comportamento do aluno que são esperados pelo professor. Nada além de "expectativas", segundo Henry (1991). Tais expectativas são, em sua maioria, implícitas. Para o autor, o contrato é renovado e adaptado por intermédio de alguma forma de negociação. Tal contrato diz respeito ao que compete a cada um dos membros dessa relação didática. Relação essa que pode ser vista como um triângulo, o triângulo didático, cujos vértices são: professor, aluno e conhecimento; e cada um dos lados representa uma relação: professor-aluno, professor-conhecimento e aluno-conhecimento.

É importante ressaltar a existência da ruptura contratual. Isso ocorre quando o professor ou os alunos manifestam uma conduta não declarada anteriormente. A partir daí um novo contrato é estabelecido mediante uma normatização, ou seja, estipulam-se novas regras ou cláusulas contratuais.

Ao trabalhar de uma forma diferente com seus alunos, o professor pode está causando o surgimento de novas regras de contrato didático ou até rupturas dessas. Por exemplo, a proposição de problemas abertos para alunos afeiçoados a lidarem com problemas fechados pode ser uma opção para gerar uma ruptura no contrato didático. Isso se dá em virtude dos alunos estarem acostumados a trabalharem com problemas vinculados aos últimos conteúdos estudados, o que não acontece ao se trabalhar com problemas abertos. Esses, além de poderem apresentar mais de uma solução, desenvolvem nos alunos um processo de resolução de problemas denominado "processo científico", no qual eles se tornam capazes de fazer tentativa, suposições, testes e o mais importante, provar o que está sendo apresentado como solução para o problema.

A resolução de problemas é uma atividade central na Matemática, desde os seus primórdios. A importância da Matemática é reconhecida desde o seu surgimento, quando, por volta de 2400 a.C. foram escritos os mais antigos registros matemáticos dos quais se tem conhecimento. A evolução dessa ciência está também ligada ao fato do homem refletir acerca do que se tinha conhecimento e do que se pretendia conhecer, ou seja, eles gostavam das características desafiadoras da matemática, de sua clareza, e principalmente do fato de, na maioria das vezes, poder saber se está certo ou não ao encontrar a solução de um dado problema. A partir daí, adjetivos como interessante, prazerosa, desafiadora, etc. foram direcionados à Matemática. Talvez essa foi uma das maiores motivações para que o homem se interessasse por estudar Matemática.

A resolução de problemas matemáticos ganha forças quando combinada a ferramentas tecnológicas. Atualmente, essa combinação pode ser vista como algo totalmente viável, uma vez que a tecnologia está cada vez mais acessível. O computador é um exemplo notório de uma ferramenta tecnológica que podemos utilizar para dar suporte ao processo de resolução de problemas.

No entanto, disponibilizarmos de um laboratório repleto de computadores todos com acesso a internet não é o bastante. É fundamental que o professor saiba a melhor maneira de como fazer uso de tais ferramentas. Inicialmente, é necessário fazer uma boa escolha do software com o qual se pretende trabalhar e desenvolver tarefas.

O Winplot é um exemplo de software bastante útil e vantajoso. São inúmeras as vantagens apresentadas por esse aplicativo que, quando combinado com o processo de resolução de problemas matemáticos, pode, se feito de maneira adequada, trazer ótimos e importantes resultados. Em particular, o estudo do gráfico da Função Afim é facilmente enriquecido quando é realizado com o auxílio desse software mediante resolução de problemas matemáticos. Isso é fácil de ser percebido quando se conhece o dinamismo proporcionado por esse software.

É fundamental que as metodologias de ensino utilizadas pelo professor galguem o patamar de meros exercícios e passem a dar lugar a métodos exploratórios, resolução de problemas, investigações, etc. Isso fará com que o aluno mude sua concepção com respeito à Matemática, de que essa abrange conteúdos sem utilidade alguma para facilitar e tornar mais cômoda a vida dos seres humanos. O professor é o principal responsável por fazer com que o aluno perceba que, em linhas gerais, o objetivo da educação, em particular da educação matemática, é suprir algumas necessidades do indivíduo e prepará-lo para exercer a cidadania. Por essa e por outras razões a Matemática está presente no currículo desde as séries iniciais.

4. METODOLOGIA

A nossa pesquisa possui um caráter quantitativo e quantitativo e foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cícero dos Anjos da rede pública de ensino, situada na Rua Tiradentes, nº 200, na cidade de São Vicente do Seridó no estado da Paraíba.

Para a realização desse trabalho foi escolhida uma turma da 1ª série do Ensino Médio composta por 25 alunos. Quanto à metodologia utilizada, lançamos mão de uma Sequência Didática, planejada para ser desenvolvida em três momentos: pré-teste, desenvolvimento das aulas em sala de aula e no Laboratório de Informática, feito através de cinco encontros, e pós-teste[8].

No primeiro contato que tivemos com os alunos, foi aplicado o pré-teste com a intenção de verificar o grau de conhecimento que eles portavam com relação à Função Afim. Em nosso segundo encontro (primeira aula), o software Winplot foi apresentado aos alunos de forma detalhada. Do segundo ao quinto encontro trabalhamos no Laboratório de Informática que dispunha de doze computadores e quadro-negro, o qual foi útil para formalizarmos alguns conceitos durante o desenvolvimento das atividades. No sexto encontro (última aula) ministramos uma aula em sala sem usufruirmos da tecnologia do computador.

Em virtude do número de computadores ser inferior ao número de alunos, tivemos a necessidade de dividir a turma em duas. Entretanto, as atividades, dentre tudo o que foi exposto, foram iguais para as duas turmas. Por fim, em nosso último encontro, foi aplicado o pós-teste. Este foi comparado com o pré-teste para tirarmos conclusões atinentes à eficácia propiciada pelo trabalho desenvolvido nos cinco encontros.

---

[8] O pré-teste e o pós-teste foram exatamente idênticos.

5. ANÁLISE DOS DADOS

5.1. ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

Os 25 alunos que participaram de nossa pesquisa dispuseram de 80 minutos para resolver o pré-teste que era composto por oito questões, as quais, de forma sucinta, apresentaremos a seguir.

A primeira questão versava sobre o esboço do gráfico de uma Função Afim e a intersecção desse com os eixos cartesianos. Não obstante os alunos ainda não terem estudado funções no Ensino Médio, isso não os impedia de solucionar a primeira questão, uma vez que, suponhamos, já haviam estudado esse conteúdo na última série do Ensino Fundamental. Na segunda questão, era dada, além da soma das imagens de dois pontos, uma função cujo coeficiente linear era desconhecido e pedia-se a imagem de um terceiro ponto. A terceira pedia para determinar o coeficiente angular de uma Função Afim; tal questão exigia certa interpretação gráfica, pois era dado o gráfico de tal função e a abscissa do ponto onde a reta tocava o eixo horizontal.

A quarta questão, explorava as condições que deviam ser impostas sobre um parâmetro *m* para que a função fosse crescente, decrescente ou constante. A quinta questão dizia respeito ao estudo dos sinais de uma Função Afim. Nessa, a incompreensão por parte dos alunos atingiu proporções tão enormes que, acreditem, alguns alunos marcaram um X em um dos três itens como se se tratasse de uma questão de múltipla escolha. A sexta era dividida em dois itens: o primeiro exigia que fossem determinadas duas funções correspondentes a dois planos de saúde; o segundo cobrava uma comparação entres as funções encontradas no primeiro item. Nenhum dos itens foi resolvido de forma satisfatória.

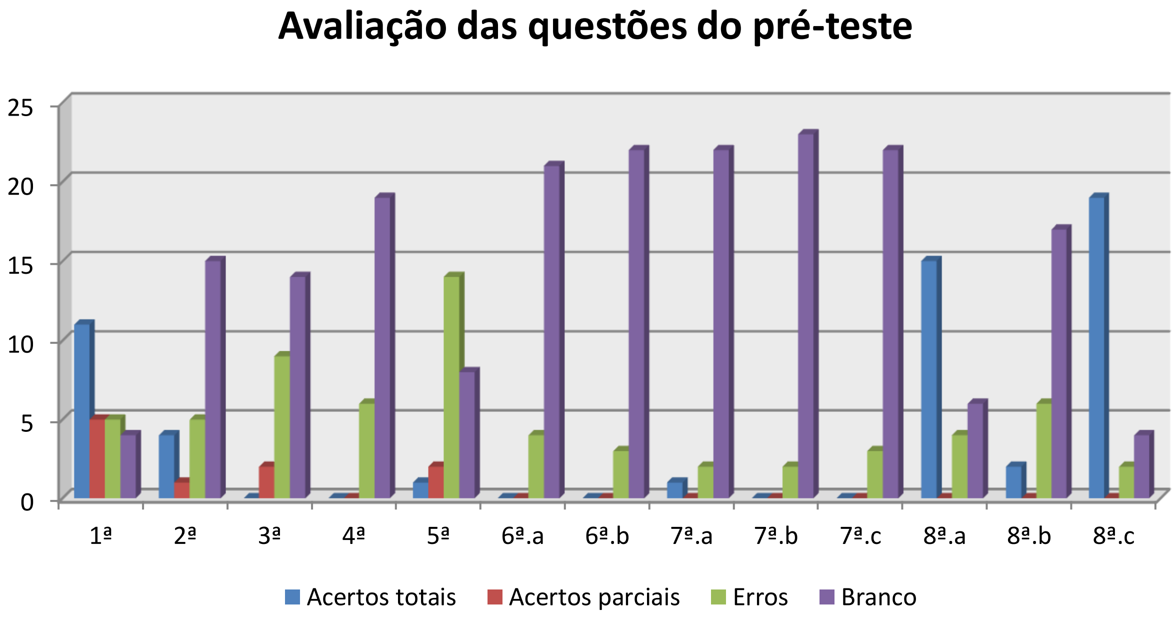
A sétima questão se relacionava com a Física e se dividia em três itens: o primeiro indagava sobre o que acontece com a velocidade, em cada instante, de um carro que se descoca em uma estrada retilínea. Alguns alunos, ao olharem para o gráfico e verem uma reta crescente, disseram que a velocidade aumenta, o que não era verdade. O segundo pedia pra determinar a expressão matemática responsável por representar a posição do carro em função do tempo gasto durante seu deslocamento. Alguns alunos disseram: “o gráfico já é uma boa expressão”. Eles não sabiam que o que se pedia era uma Função Afim, e ninguém respondeu de forma correta. A resolução do terceiro item tinha como base a do segundo, no entanto, como nenhum aluno resolveu corretamente o segundo item, o que houve foram “chutes” na tentativa de acertar a distância percorrida pelo carro após 10 segundos.

A oitava questão foi responsável pelo maior número de acertos principalmente no primeiro e segundo itens. Quantos aos erros do item (a), alguns alunos disseram que o salário do segurança seria R$ 150,00. O que aconteceu foi que eles calcularam o dinheiro ganho pelos três plantões, mas não o somaram ao salário fixo mensal do segurança (R$ 500,00), como deveriam. O item (b) dizia respeito à generalização do primeiro item, e com relação a esse, o índice de acertos caiu quase que verticalmente.

Tabela 2: Avaliação das questões do pré-teste

Questões	Acertos totais	Acertos parciais	Erros	Branco
1ª	11 (44%)	5 (20%)	5 (20%)	4 (16%)
2ª	4 (16%)	1 (4%)	5 (20%)	15 (60%)
3ª	0 (0%)	2 (8%)	9 (36%)	14 (56%)
4ª	0 (0%)	0 (0%)	6 (24%)	19 (76%)
5ª	1 (4%)	2 (8%)	14 (56%)	8 (%32)
6ª.a	0 (0%)	0 (0%)	4 (16%)	21 (84%)
6ª.b	0 (0%)	0 (0%)	3 (12%)	22 (88%)
7ª.a	1 (4%)	0 (0%)	2 (8%)	22 (88%)
7ª.b	0 (0%)	0 (0%)	2 (8%)	23 (92%)
7ª.c	0 (0%)	0 (0%)	3 (12%)	22 (88%)
8ª.a	15 (60%)	0 (0%)	4 (16%)	6 (24%)
8ª.b	2 (8%)	0 (0%)	6 (24%)	17 (68%)
8ª.c	19 (76%)	0 (0%)	2 (8%)	4 (16%)

Observe o gráfico abaixo para facilitar a análise dos dados dispostos na tabela acima.



Não é necessária muita atenção pra percebermos que quase tudo que concerne à Função Afim que, supostamente, foi estudado na última série do Ensino Fundamental, já havia caído, ou estava prestes a cair, no lago do esquecimento.

Basta dirigirmos a nossa atenção para o gráfico que se encontra acima para temos ciência das proporções atingidas pelas deficiências que os alunos apresentaram com relação ao tema abordado. Abaixo se encontram citadas as principais dessas deficiências assim como algumas considerações a respeito das mesmas.

O tradicional estudo dos sinais da Função Afim foi visto como algo complexo. Nas questões que exigiam análise de gráfico foi exorbitante o número de alunos que não o fizeram. Em se tratando da discussão da variação (crescente, decrescente ou constante) de uma função, as estatísticas apontaram, por unanimidade, para os quesitos branco e erros. Os alunos também apresentaram sérios problemas atinentes à generalização das situações e não perceberam a relação dessas com as Funções Afim. Por exemplo, no item (b) da oitava questão um aluno fez a seguinte indagação: “É pra fazer *x* igual a 10?”. Então eu perguntei: por que *x* ser 10 e não qualquer outro número natural? Ao que ele respondeu: “porque *x* em algarismos romanos vale 10”. Outra aluna, ainda com relação ao item (b) da oitava questão, proferiu: “Como vou fazer contas se não têm números?”.

Portanto, é notória e gritante a deficiência dos alunos em se tratando de problemas que envolvem generalizações, estudo dos sinais, discussão da variação em função de um parâmetro e análise do gráfico da Função Afim.

5.2. ANÁLISE DAS AULAS

5.2.1. Primeira Aula (12 de Abril de 2011)

Dividimos os estudantes em duas turmas de 13 e 12 alunos. Não houve disparidade entre os conteúdos expostos nas duas turmas, isto é, tudo o que foi explicitado em uma turma, também o fizemos na outra. Nós dispúnhamos de 12 computadores, portanto surgiu a necessidade de, em uma das turmas (a composta por 13 alunos), trabalharmos com dois alunos em um mesmo computador.

Para introduzirmos nossa primeira aula falei do tema a ser estudado e do modo que o faríamos. É importante ressaltar que os alunos com os quais esse trabalho foi desenvolvido haviam estudado, na série em que se encontravam, apenas os conceitos referentes a conjuntos numéricos, ou seja, os alunos ainda não tinham estudado funções na primeira série do Ensino Médio. A realização dessa pesquisa coincidiu com o início do estudo de funções.

Levando em consideração o fato de alguns alunos (quase metade) nunca terem tido contato com um computador, nos vimos obrigados a fazer alguns esclarecimentos relativos a teclado, mouse, software, comandos, etc.

Posteriormente, o software *Winplot* foi apresentado aos alunos de forma detalhada, explorando *menu* por *menu*, dando ênfase, obviamente, aos que diziam respeito ao conteúdo a ser trabalhado e, preterindo de forma parcial, os *menu* respeitantes a temas que são apenas estudados no Ensino Superior. Para tal apresentação, contamos com o auxílio de um Datashow. Depois que os alunos viam a apresentação de cada *submenu* no *ecran* projetado ao fundo do Laboratório, eles próprios exploravam o software e, paulatinamente, se familiarizava com o mesmo.

Em meio à apresentação do Winplot falamos da notação utilizada pelo programa. Os alunos demonstraram certa dificuldade na compreensão das notações citadas. Essa reação já era esperada, levando em consideração que aquilo era uma coisa nova para todos os alunos ali presentes.

Em virtude da escassez do tempo, ou talvez, de uma falha de planejamento, não foi possível dar um espaço de tempo para que os alunos mexessem no software do modo que eles preferissem, esboçando gráficos, plotando pontos, e editando-os da maneira que julgassem mais conveniente.

Nada obstante, de posse das informações fornecidas nessa primeira aula, dentre as quais estão algumas indispensáveis para o uso do programa, os alunos já se encontravam preparados para desenvolver atividades matemáticas mais detalhadas que seriam trabalhadas nas aulas subsequentes.

5.2.2. Segunda Aula (13 de Abril de 2011)

Para introduzirmos essa aula fizemos algumas considerações importantes a respeito de *função polinomial do 1º grau*, ou simplesmente, *Função Afim*. Explanamos de forma bastante resumida informações concernentes a gráfico, coeficientes, zero ou raiz, crescimento, decrescimento e sinal de uma Função Afim. Isso serviu para que os alunos relembrassem alguns conceitos atinentes à Função Afim, estudados na última série do Ensino Fundamental.

Feitos os esclarecimentos, foi pedido aos alunos para que esboçassem no Winplot o gráfico das seguintes funções: $y = x$, $y = x + 1$, $y = x + 3$, $y = x - 2$ e $y = x - 4$.

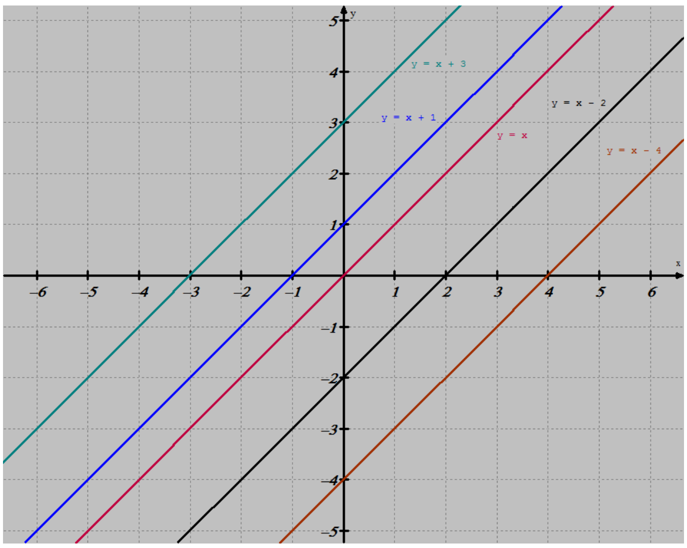


Figura 9 Atividade da segunda aula.

Após todos os alunos terem feito o que foi pedido chamamos a atenção dos mesmos para alguns questionamentos que traríamos à tona:

a) O que podemos concluir a partir da análise dos gráficos obtidos?
b) Esses gráficos têm algum ponto em comum? Por quê?
c) Em que ponto do eixo-y ocorre a intersecção de cada reta com esse eixo, isto é, para cada uma das funções, qual o valor correspondente ao valor $x = 0$?
d) O que acontece com o gráfico quando alteramos o coeficiente linear?
e) Qual a raiz de cada uma dessas funções?
f) Para quais valores de x, cada uma das funções assume valores positivos, negativos ou nulos?

As respostas foram satisfatórias com algumas exceções mencionadas a seguir. A justificativa do item (b) foi: “porque uma está do lado da outra”, isto é, eles não usaram o adjetivo *paralelo* para justificar o fato das retas não possuírem algum ponto em comum. Alguns alunos confundiram os eixos cartesianos e isso foi determinante para ocorrerem alguns erros nas respostas relativas ao item (c). Nesse, quando foi perguntado sobre o ponto de intersecção de cada reta com o eixo-y alguns alunos disseram o ponto de intersecção com o eixo-x. A respeito do item (f) os alunos não usaram expressões do tipo “para x maior que” ou “para x menor que” para determinar os intervalos onde a função era positiva ou negativa. Os alunos se referiram a tais intervalos usando expressões como: “do x pra frente” ou “à direita do x” e “do x pra trás” ou “à esquerda do x”.

A relação entre o coeficiente linear e o ponto onde o gráfico toca o eixo-y foi percebida com tamanha rapidez que, confesso, não esperava; e essa foi uma das conclusões as quais os alunos chegaram quando foram indagados ainda no item (a).

5.2.3. Terceira Aula (19 de Abril de 2011)

Para começarmos essa aula, pedimos para os alunos esboçarem os gráficos das funções que seguem: $y = x$, $y = 2x$, $y = 10x$, $y = \frac{1}{2}x$ e $y = \frac{1}{4}x$.

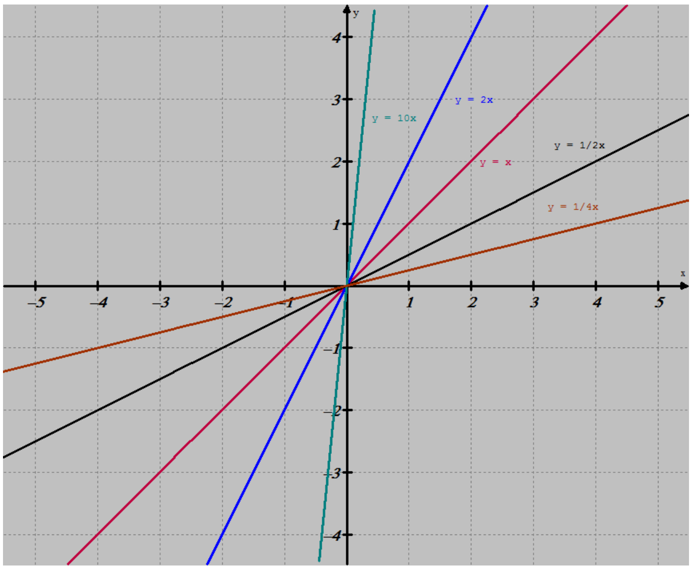


Figura 10 Primeira atividade da terceira aula.

Os questionamentos levantados nessa atividade foram praticamente os mesmo da atividade trabalhada na aula anterior exceto em virtude de algumas alterações: suprimimos o item (a); alteramos os itens (b) e (d) para “Esses gráficos têm algum ponto em comum? Qual?” e “O que acontece com o gráfico, quando o valor do coeficiente de x aumenta? E quando esse coeficiente, embora sendo positivo diminui?”, respectivamente.

As respostas dadas aos questionamentos foram, sem exceções, aceitáveis. Em alguns casos, alguns alunos não usaram termos matemáticos para explicitar suas percepções, por exemplo, quando foi perguntado o que acontecia com o gráfico quando aumentávamos ou diminuíamos o coeficiente angular, alguns alunos responderam usando expressões do tipo: “a reta fica mais em pé” ou “a reta fica mais deitada”. Entretanto, a resposta dada por outro aluno, ainda a respeito do mesmo questionamento, foi: “quando o coeficiente *a* aumenta a reta se aproxima do eixo-y e quando o coeficiente *a* diminui a reta se aproxima do eixo-x”. Com relação à raiz e ao sinal de cada função eles perceberam, com facilidade, que esses eram iguais para todas as funções.

Na segunda atividade dessa aula, pedimos para os alunos, utilizando o Winplot, construírem os gráficos das seguintes funções: $y = -x$, $y = -2x$, $y = -10x$, $y = -\frac{1}{2}x$ e $y = -\frac{1}{4}x$.

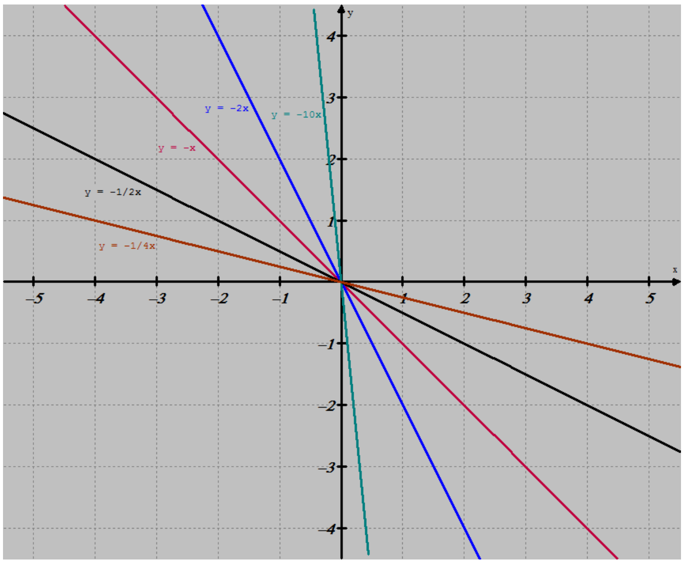


Figura 11 Segunda atividade da terceira aula.

Além de discutirmos as questões trazidas à tona na primeira atividade, acrescentamos o item que segue: qual a relação existente entre o coeficiente *a* e a variação (crescente ou decrescente) da função?

Quando essa interrogação foi proferida houve um silêncio na sala. Depois de alguns segundos um aluno exprimiu por meio de palavras compassadas: “quando o coeficiente *a* é positivo a função é crescente e quando o coeficiente *a* é negativo a função é decrescente”. A maioria dos alunos concordou com o que foi dito, todavia não houve unanimidade na compreensão da fala do colega.

Um cuidado que precisamos tomar dizia respeito ao coeficiente angular quando negativo. Por exemplo, o coeficiente angular da função, em termos de comparação, é facilmente confundido pelos alunos. Trata-se de uma questão de comparação de números racionais. Os alunos da primeira série do Ensino Médio, sinto em dizer, ainda demonstram grandes dificuldades quando pedimos que esses determinem o maior número entre -2 e -10, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{4}$, $0{,}5$ e $0{,}25$, etc. Esse discernimento é de fundamental importância na análise dos gráficos, pois a intenção é descobrir o que acontece com o gráfico quando dado coeficiente aumenta ou diminui. Para sanarmos esse problema foi necessário esclarecermos algumas ideias acerca de comparação de números racionais e valor absoluto ou módulo de um número.

Quanto ao outros questionamentos, a esses foram dadas respostas bastante convincentes, tendo em vista que tais questões eram similares as referentes à atividade anterior. Alguns alunos chegaram a fazer observações sobre algumas questões antes mesmo que essas fossem dirigidas a eles.

5.2.4. Quarta Aula (26 de Abril de 2011)

Principiamos essa aula convidando os alunos a desenharem, utilizando o Winplot, o gráfico da função $f(x) = 3x - 2$ seguindo os passos abaixo:

1º passo: desenhar o gráfico da função $y = x$;

2º passo: desenhar, no mesmo par de eixos, o gráfico da função $y = 3x$;

3º passo: por fim, ainda no mesmo plano cartesiano, desenhar o gráfico da função $f(x) = 3x - 2$.

Figura 12 Atividade da quarta aula.

Após todos os alunos terem concluído os três passos, pedimos para eles descreverem o aconteceu em cada passo. Do momento em que o fizemos, até as respostas serem proferidas, decorreram cinco minutos que foram dados para eles raciocinarem antes que enunciassem qualquer afirmação.

Acabado o tempo reservado para a formulação das respostas, começamos a ouvir o que eles tinham para falar. Alguns alunos fizeram observações suficientemente razoáveis, ao passo que a maioria dos alunos respondeu de forma plenamente satisfatória, usando termos matemáticos explorados nas aulas anteriores: “do primeiro para o segundo passo houve uma inclinação da reta para a esquerda, do segundo para o terceiro passo houve uma translação do gráfico". Essa foi a resposta mais satisfatória, apesar de seu autor não ter explicitado o número de unidades que o gráfico transladou e se foi para baixo ou para cima. Ao os interpelarmos sobre o que foi responsável pela mudança na inclinação e pela translação, ouvimos em claro e bom som: "a inclinação se deu em virtude da mudança no coeficiente angular que aumentou de 1 para 3, e a translação é por causa da mudança no coeficiente linear".

Posteriormente, pedimos para que os alunos explorassem um arquivo que pré-programamos no Winplot. Tratava-se de uma Função Afim, cujos coeficientes angular e linear eram facilmente alterados com um simples movimento de duas barras de rolagem horizontais, uma para cada coeficiente, movidas através do mouse.

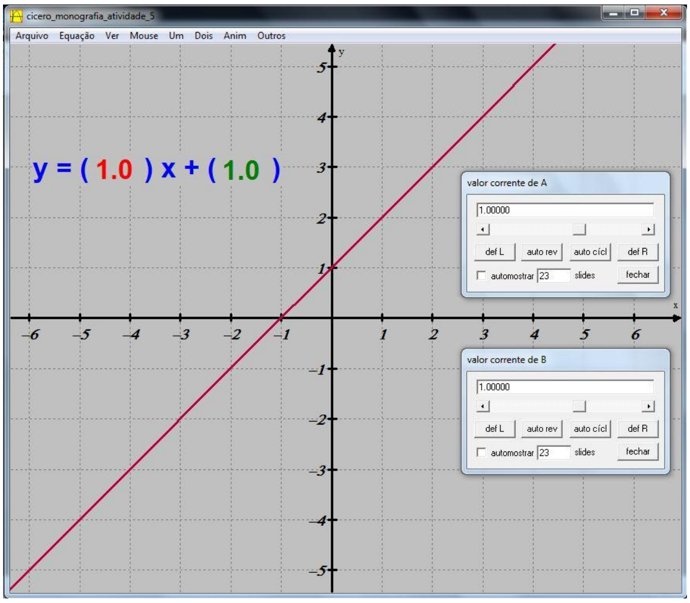


Figura 13 Animação do gráfico: $a = 1$ e $b = 1$.

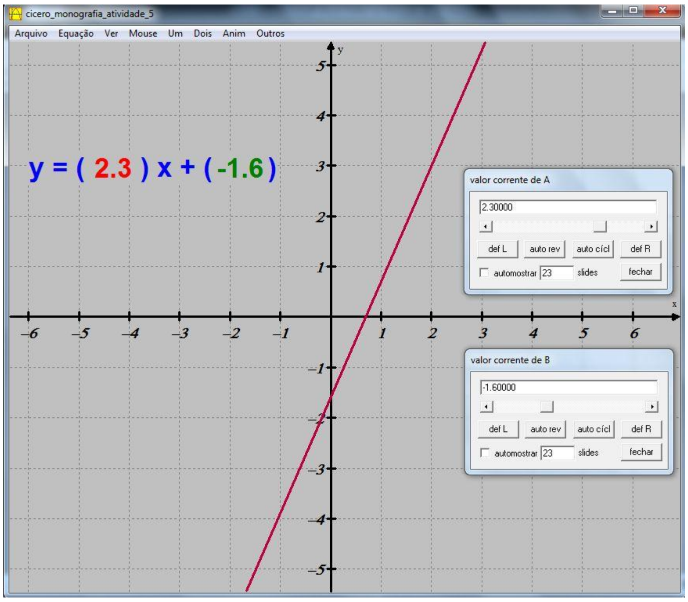


Figura 14 Animação do gráfico: $\boldsymbol{a} = \mathbf{2,3}$ e $\boldsymbol{b} = \mathbf{-1,6}$.

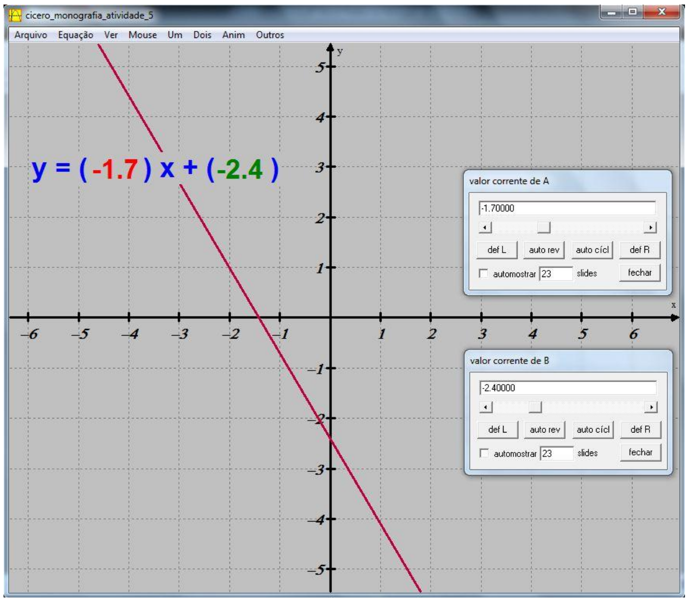


Figura 15 Animação do gráfico: $\boldsymbol{a} = \mathbf{-1,7}$ e $\boldsymbol{b} = \mathbf{-2,4}$.

Os movimentos realizados nessas barras e a equivalente alteração no gráfico eram simultâneos, isto é, ao alterarmos qualquer coeficiente usando uma das barras, o gráfico era imediatamente atualizado. Isso, indubitavelmente, proporcionou aos alunos perceberem que modificações nos coeficientes angular e linear são responsáveis por modificações no gráfico da Função Afim.

Para facilitar tal entendimento por parte dos alunos, uma Função Afim com coeficientes variáveis era mostrada na tela (Figura 16): na cor vermelha tínhamos o coeficiente angular e na cor verde o coeficiente linear. Assim, como o gráfico, os coeficientes *a* e *b* da função exibida na tela eram atualizados simultaneamente aos movimentos realizados nas barras de rolagem horizontal responsáveis pelas variações dos parâmetros e consequentemente, pela animação do gráfico.

Faltando poucos minutos para o término desta aula, pedimos aos alunos que, usando o arquivo pré-programado no Winplot (Figura 16), encontrassem uma função que tivesse 2 como raiz e cujo gráfico intersectasse o eixo-y no ponto $(0, 3)$.

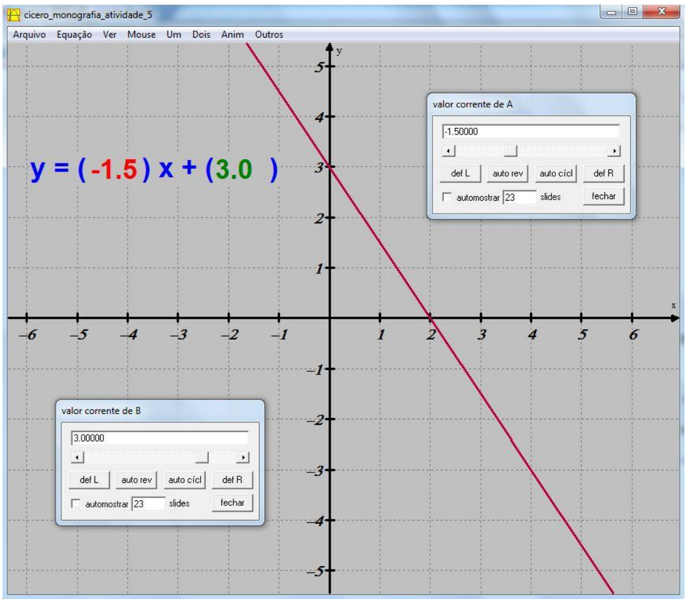


Figura 16 Gráfico da função cuja raiz é 2 e $\boldsymbol{b} = \mathbf{3}$.

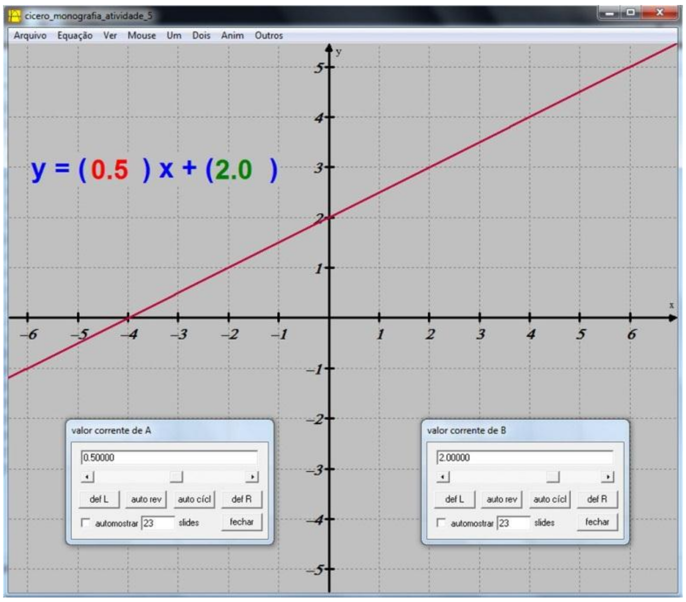


Figura 17 Gráfico da função sendo $\boldsymbol{f}(-\mathbf{2}) = \mathbf{1}$ e $\boldsymbol{f}(\mathbf{4}) = \mathbf{4}$.

Ao passo que alguns alunos despenderam dois minutos, outros necessitaram de alguns segundos apenas. Ulteriormente, pedimos que fossem encontradas outras funções das quais se tinham algumas características. Exemplo: encontre uma função f tal que $f(-2) = 1$ e $f(4) = 4$ (Figura 17). Quando comparado ao caso anterior, alguns segundo a mais foram consumidos, entretanto a resposta foi altamente satisfatória.

5.2.5. Quinta Aula (04 de Maio de 2011)

De um total de cinco aulas, esta foi a última, a única ministrada em sala de aula e, portanto, sem lançarmos mão do Laboratório de Informática. O objetivo dessa aula foi suprimir, ou pelos menos mitigar, através de uma aula expositiva com ênfase na exploração de exemplos, algumas dificuldades diagnosticadas por meio do pré-teste.

As principais dificuldades apresentadas diziam respeito aos seguintes itens:

- ❖ Estudo dos sinais de uma função;
- ❖ Generalização de situações;
- ❖ Problemas envolvendo discussão da variação de uma Função Afim em função de um parâmetro;
- ❖ Análise de gráficos.

Essa aula foi bastante proveitosa levando em consideração a participação dos alunos mediante perguntas proferidas por esses na intenção de suprimir dúvidas que surgiam ao passo que explorávamos os exemplos.

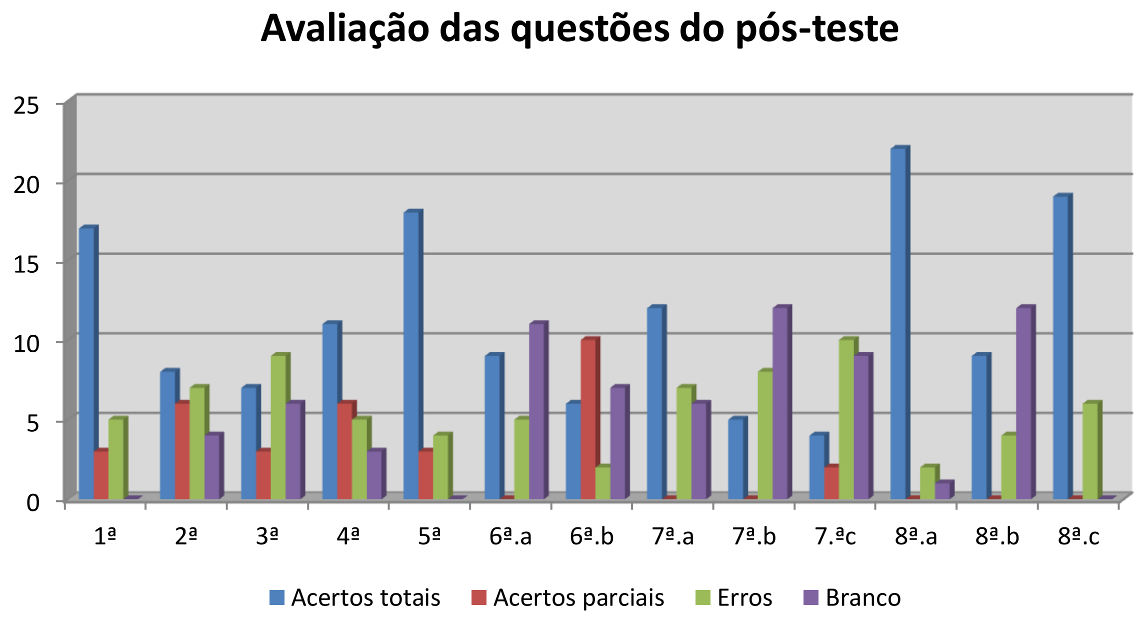
5.3. ANÁLISE DO PÓS-TESTE

Apesar do pré-teste ser perfeitamente igual ao pós-teste, o tempo disponibilizado para os alunos resolverem esse, excedeu em 10 minutos, o tempo consumido pelos mesmos durante a resolução daquele.

Tabela 3 Avaliação das questões do pós-teste

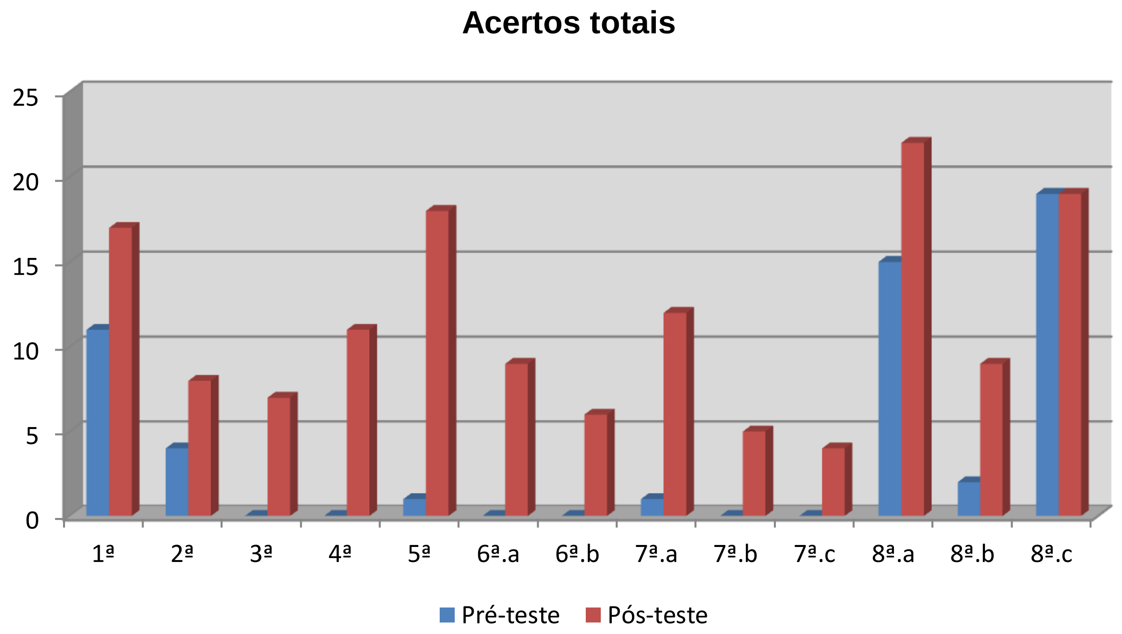
Questões	Acertos totais	Acertos parciais	Erros	Branco
1ª	17 (68%)	3 (12%)	5 (20%)	0 (0%)
2ª	8 (32%)	6 (24%)	7 (28%)	4 (16%)
3ª	7 (28%)	3 (12%)	9 (36%)	6 (24%)
4ª	11 (44%)	6 (24%)	5 (20%)	3 (12%)
5ª	18 (72%)	3 (12%)	4 (16%)	0 (0%)
6ª.a	9 (36%)	0 (0%)	5 (20%)	11 (44%)
6ª.b	6 (24%)	10 (40%)	2 (8%)	7 (28%)
7ª.a	12 (48%)	0 (0%)	7 (28%)	6 (24%)
7ª.b	5 (20%)	0 (0%)	8 (32%)	12 (48%)
7ª.c	4 (16%)	2 (8%)	10 (40%)	9 (36%)
8ª.a	22 (88%)	0 (0%)	2 (8%)	1 (4%)
8ª.b	9 (36%)	0 (0%)	4 (16%)	12 (48%)
8ª.c	19 (76%)	0 (0%)	6 (24%)	0 (0%)

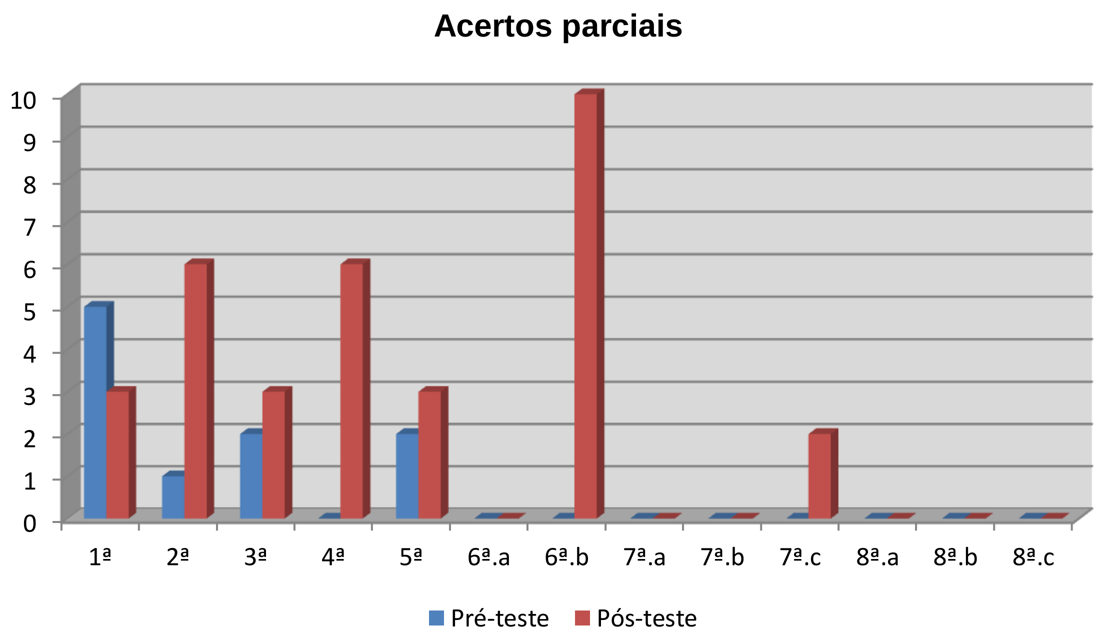
Para facilitar a leitura dos dados encontrados na tabela acima observe o gráfico abaixo.

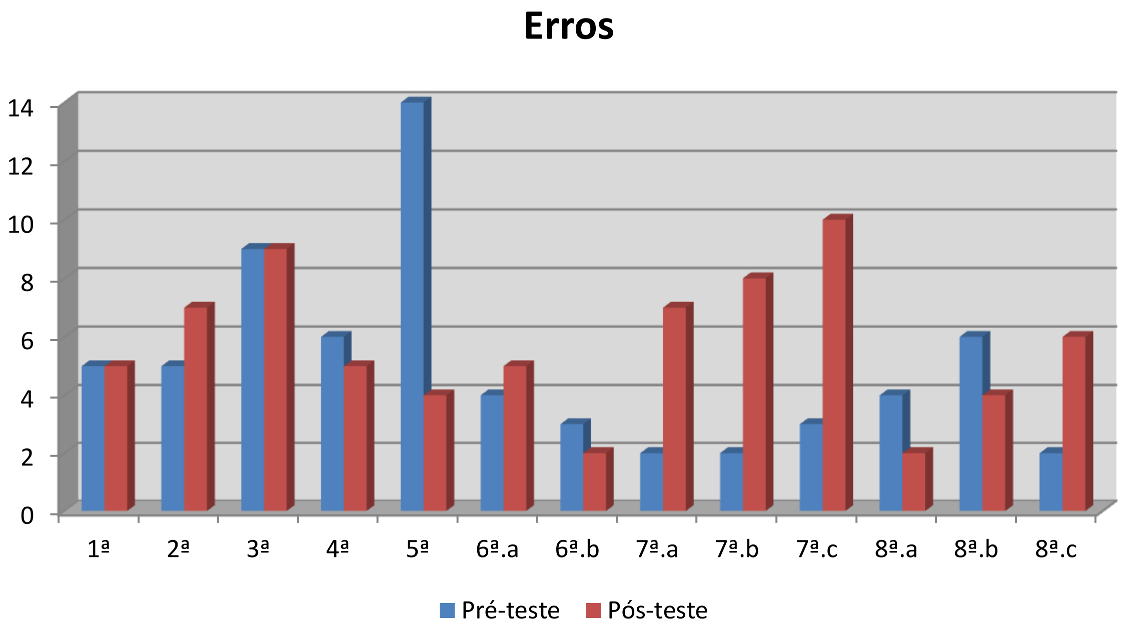


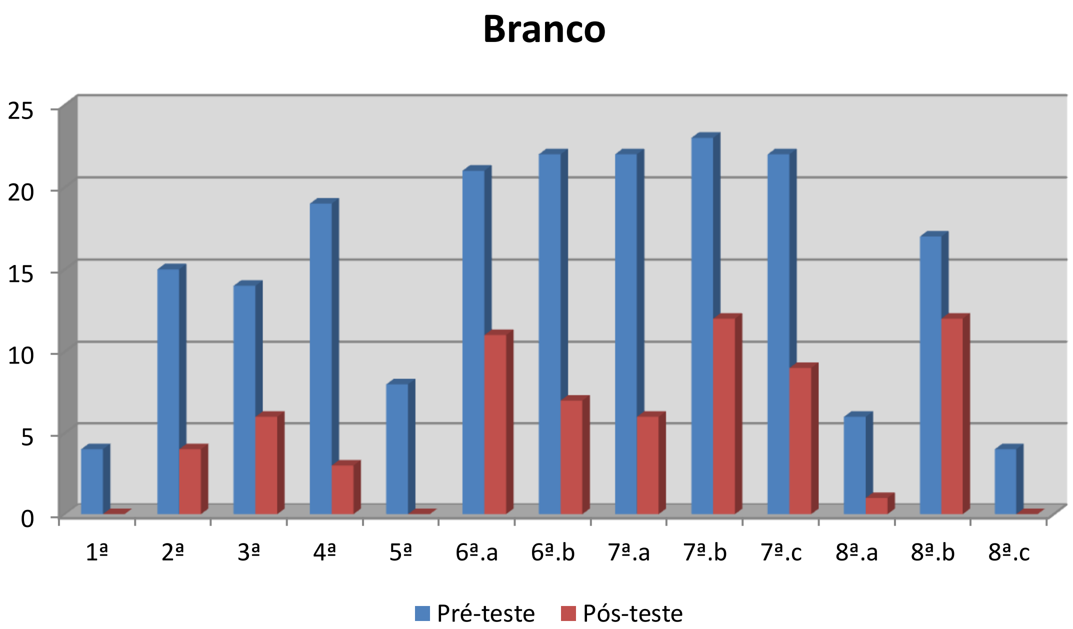
5.4. COMPARAÇÃO DO PRÉ-TESTE COM O PÓS-TESTE

Observe abaixo quatro gráficos comparativos referentes a Acertos totais, Acertos parciais, Erros e Branco que viabilizam uma melhor comparação entre as questões do pré-teste e do pós-teste.









5.4.1. Observações

Primeiramente, ao voltarmos nossa atenção para os acertos totais, percebemos que o índice desses, referente a cada questão, foi maior no pós-teste exceto, porém, no que diz respeito ao último item da ultima questão, onde computamos 19 acertos no pós-teste assim como no pré-teste. O baixo índice de acertos no pré-teste se deu em virtude dos alunos não terem, até então, estudado o conteúdo funções na série em que se encontravam.

No tocante aos acertos parciais, obtivemos índices nulos nas questões: 6ª (a), 7ª (a, b) e 8ª (a, b, c). Da segunda à quinta questão, o número de acertos parciais no pós-teste foi maior do que no pré-teste. Contradizendo as estatísticas, temos a primeira questão, que nos revela um número de acertos parciais maior no pré-teste (5) do que no pós-teste (3).

Ao analisarmos o quesito Erros percebemos que apenas nas questões 1 e 3, o número de erros no pré-teste é o mesmo do pós-teste. Nas questões 2, 6 (a), 7 (a, b, c) e 8 (c), os alunos erraram mais no pós-teste. Nas demais questões, o índice de erros foi maior no pré-teste. Ao generalizarmos e considerarmos o número de erros cometidos na realização do pré-teste e pós-teste, percebemos que, no pré-teste o número de erros foi 65, ao passo que no pós-teste foi 74.

O fato do número de erros computados no pós-teste exceder os cometidos no pré-teste é consequência do aumento no número de alunos que tentaram resolver o pós-teste, isto é, no pré-teste o números de questões que foram deixadas em branco é maior que no pós-teste, aumentado assim, as chances de ocorrer erros no pós-teste.

Basta olharmos para o gráfico intitulado Branco para concluirmos que, em todas as questões, o número dessas deixadas sem respostas no pós-teste diminuiu significativamente quando comparado ao pré-teste. O alto índice de questões em branco constatado no pré-teste se deve ao fato dos alunos não terem bagagem cognitiva suficiente para solucionar alguns problemas presentes no mesmo.

6. CONCLUSÃO

A partir de uma comparação, sem muitas minúcias, entre as análises realizadas no pré-teste e no pós-teste podemos fazer alguns comentários concludentes a respeito de nossa pesquisa os quais relataremos mais adiante.

Não são necessários muitos esforços para percebermos que o estudo o qual realizamos proporcionou aos alunos um progresso cognitivo com relação ao gráfico da Função Afim e, com isso, conseguimos atingir de forma parcial nossos objetivos.

Dentre os fatores que ocasionaram o êxito final de nossa pesquisa está o modo como as aulas foram ministradas. Perante o computador os alunos demonstraram grande interesse, curiosidade e empenho. Esses três substantivos contribuíram, em larga escala, para uma melhor interpretação do gráfico da Função Afim.

Conseguimos também, através de uma aula expositiva com base na exploração de exemplos, mitigar algumas dificuldades já mencionadas: problemas envolvendo generalizações, discussão da variação em função de um parâmetro, etc. A título de exemplo, podemos citar a questão 6 que é apenas uma das quais, durante o pré-teste, ninguém resolveu de forma satisfatória. Com relação a essa mesma questão, no entanto, considerando agora o pós-teste, 9 alunos acertaram o item (a) e 6 alunos o item (b), sem ponderarmos os acertos parciais. Outra dificuldade apresentada pelos alunos refere-se ao estudo dos sinais. Esse foi um problema mais fácil de solucionar. No pré-teste (ver 5ª questão), 1 anulo (4% da turma) acertou totalmente, a medida que no pós-teste houveram 18 (72% da turma) acertos totais.

O objetivo geral dessa monografia é incentivar o uso de software nas aulas de Matemática com o intuito de melhorar o ensino e a aprendizagem da Função Afim. Fica evidente, portanto, que um software, apesar de não ser imprescindível, é importante para proporcionar aos alunos uma melhor compreensão. Além do mais, o aluno demonstra maior interesse, que, indubitavelmente, é de fundamental importância para a absorção do conhecimento.

Quando nossa intenção foi partirmos de casos particulares para o geral, na tentativa de induzimos os alunos a perceberem que modificações na equação são responsáveis por modificações no gráfico da Função Afim, o computador, juntamente com o Winplot, deixou claro, mais uma vez, o alto grau de sua importância ao alcançarmos mais um de nossos objetivos específicos. Ao que diz respeito à notação utilizada pelo software, apesar da dificuldade apresentada *a priori*, os alunos se mostraram interessados em aprender tais notações, e, sem dúvida, esse interesse cooperou para alcançarmos mais um dos nossos objetivos. Nosso último objetivo específico não foi alcançado, tendo em vista que, ao explorarmos o Winplot, não fizemos uso de problemas relacionados ao cotidiano dos alunos e isso foi, sem dúvida, a maior falha de nossa pesquisa.

É importante ressaltarmos que o tempo que estivemos em contato com os alunos foi extremamente escasso, nos impedindo de ir mais longe no que concerne ao desenvolvimento, pelos alunos, de habilidades como explorar, refletir, supor, tentar, discutir, testar e provar, para que, se apoiando no professor quando necessário, o aluno aprenda a construir o seu próprio conhecimento.

Faz-se necessário destacar que a inserção de tecnologias nas práticas de ensino de Matemática não suprime a possibilidade de um mau êxito. São vários os obstáculos com os quais podemos nos deparar quando decidimos por trabalhar com computadores. Um desses empecilhos é a infraestrutura da escola: muitas das vezes o Laboratório de Informática, quando existe, não é espaçoso e o número de alunos por turma excede, na maioria das vezes, o de computadores.

Fica manifesto, portanto, que fazendo uso dessa metodologia inovadora, conseguimos, além de esclarecer algumas ideias, facilitar a absorção de conhecimentos referentes ao gráfico da Função Afim. Por essa e por outras razões podemos afirmar que nossa pesquisa foi bastante profícua.

Por outro lado, o ideal é que essa “nova” metodologia seja implantada paulatinamente, para não causar “assombros”, pois a verdade é que alguns alunos assim como alguns docentes, optam por práticas tradicionais e desconhecem a eficácia de metodologias diferentes. Para extinguirmos essa relutância imposta por esses professores, é necessário, portanto, que esses procurem se atualizar através de leituras e pesquisas, para que assim, percebam a relevância desse método inovador.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMORIM, Joni de Almeida. **A educação matemática, a internet e exclusão digital no Brasil**. Educação Matemática em Revista. Ano 10, n. 14, p. 58-65. 2003.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi; LAURO, Maria Mendias. **Funções elementares, equações e inequações:** uma abordagem utilizando microcomputador. 2001. CAEM – IME/USP.

BOYER, C**. História da matemática.** São Paulo: 2ª edição. Edgard Blücher, 1996.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.** *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), p.33-16, 1986.

HENRY, M. **Didactique des Mathematiques. Une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants.** IREM de Besançon, 1991.

KARAM, R. A. S. **Grandezas físicas para exemplificar a função afim**. Santa Catarina – UFSC. Disponível em <www.nupic.fe.usp.br>. Acesso em: 18 de maio de 2011.

MACHADO, J. N. **Epistemologia e didática. As concepções de conhecimento e a prática docente**. São Paulo: Cortez, 2005.

MEDEIROS, K. M. **O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula**. Educação Matemática em Revista. Ano 8, n. 9, p. 32-39. 2001.

PCN + ENSINO MÉDIO. **Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

PEREIRA, Pedro Romão Batista de Vasconcelos. **A aprendizagem do gráfico da função quadrática com o software winplot**. 2006. Monografia. UEPB, Campina Grande, 2006.

PONTE, João Pedro. **Gestão curricular em Matemática**. In: GTI (Ed.) O professor e o desenvolvimento curricular**.** Lisboa: APM, 2005.

_____________ Tecnologia de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? Revista Iberoamericana de Educação. Ano 24, n. 24, p. 63-90. Dez. 2000.

RAMOS, Agnelo P. et al. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. Disponível em http://www.esev.ipv.pt. Acesso em: 17 de maio de 2011.

STANIC, George. M. A., & KILPATRICK, Jeremy. **Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum**. In: Charles, R.I. & Silver, E.A.

(Eds.) The teaching and assessing of mathematical problem solving**.** Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.

TOLCHINSKY, Liliana. **Desenhar, escrever, fazer números**. In A. Teberosky & L. Tolchinsky (Eds.), Além da alfabetização – Aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2008.

Venturi, Jacir j. **Símbolos e Notações Matemáticas**. Disponível em <http://www.geometriaanalitica.com.br>. Acesso em: 28 de abril de 2011.

ZUFFI, E. M. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do Conceito de Função**. Educação Matemática em Revista. Ano 8, n. 9, p. 10-16. 2001.

SITES REFERIDOS

BIOGRAFIA DE POLYA
<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/polya/biografia.htm>.
Acesso em: 17 de maio de 2011.

HISTÓRIA DO COMPUTADOR
<http://www.informatic.hpg.com.br/historia.htm>.
Acesso em: 24 de maio de 2011.

WINPLOT
<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>.
Acesso em: 16 de abril de 2011.

ANEXOS

ANEXO A – Pré/pós-teste[9]

Escola Estadual De Ensino Fundamental e Médio Cícero Dos Anjos

Estagiário: Cícero dos Santos

Disciplina: Matemática

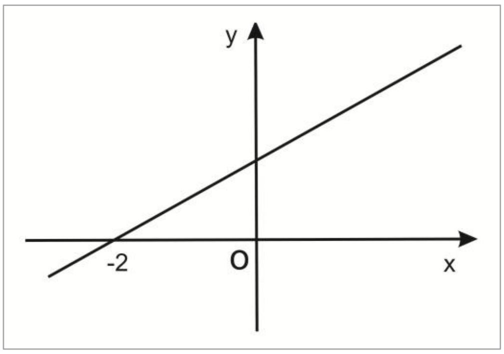
*Aluno:*____

Q u e s t õ e s

1. Esboce o gráfico da função $y = x - 1$ e determine os pontos onde esse intersecta os eixos x e y.

2. Uma função f é definida por $f(x) = x + b$. Sabendo que $f(1) + f(2) = 9$, determine o valor de $f(-1)$.

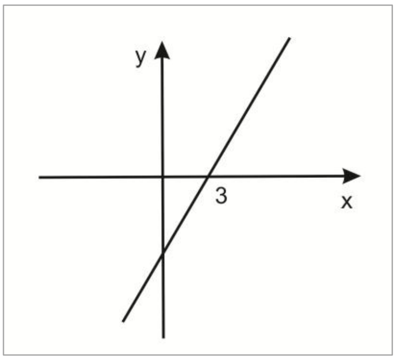
3. O esboço ao lado refere-se ao gráfico da função real definida por $f(x) = mx + 1$. Determine $m.$



4. Discuta, em função do parâmetro m, a "variação" (crescente, decrescente ou constante) da função $y = (m-1)x - 3$.

5. Com base no gráfico que segue, determine os valores de x para os quais a função assume valores:

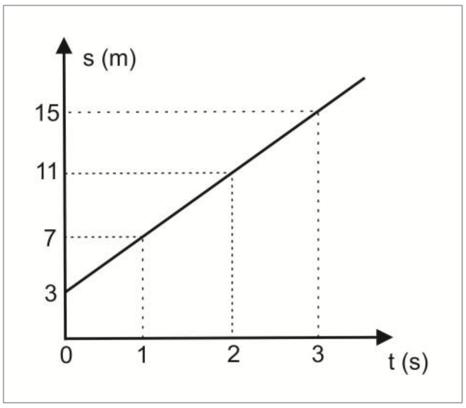
[9] Pereira (2006) foi usado como modelo na construção desse instrumento.



a) Positivos b) Negativos c) Nulo

6. Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.
Condições dos planos:
Plano A: cobra um valor fixo mensal de R$ 140,00 e R$ 20,00 por consulta num certo período.
Plano B: cobra um valor fixo mensal de R$ 110,00 e R$ 25,00 por consulta num certo período.
Temos que o gasto total de cada plano é dado em função do número de consultas x dentro do período pré-estabelecido.
Determine:
a) A função correspondente a cada plano.
b) Em qual situação o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois se equivalem.

7. O gráfico abaixo mostra a relação entre a posição e o tempo de um carro que se desloca em uma estrada retilínea[10]. Com base no gráfico responda:



[10] Extraído de Karam (2011). (Adaptado).

a) O que acontece com a velocidade em cada instante?

b) Encontre a expressão matemática que representa a posição (s) em função do tempo (t).

c) Qual a distância percorrida pelo carro após 10s?

8. O salário fixo mensal de um segurança é de R$ 500,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R$ 50,00 por noite de trabalho.

a) Se em um mês o segurança fizer 3 plantões, que salário receberá?

b) Qual é o salário final y quando ele realiza x plantões?

c) Qual é o número mínimo de plantões necessários para gerar uma receita superior a R$ 720,00?

ANEXO B – BIOGRAFIA DE POLYA

George Polya (1897-1985)

George Polya nasceu em Budapeste em 13 de dezembro de 1887. Membro de uma família judaica, foi um dos mais insignes matemáticos do século XX. Ele, a despeito de ter cursado o ensino secundário em uma escola que prezava por uma aprendizagem alicerçada na memorização, não foi influenciado por tal prática de ensino, pelo contrario, a considerou enfadonha e desnecessária.

De acordo com Ramos (2002), Polya sempre foi um aluno brilhante e possuía uma natureza eclética, o que o fez se interessar por várias áreas da ciência. Antes de demonstrar apreço pela Matemática, dedicou-se a estudar Direito, Línguas e Literaturas, Latim, Física e Filosofia. Dentro da Matemática, vou sua atenção para vários tópicos nos quais estiveram inclusos séries, equações diferenciais parciais, teoria dos números, combinatória e teoria das probabilidades.

Dentre os vários interesses de Polya estava a resolução de problemas matemáticos. Antes dele nenhum outro matemático apresentou uma heurística de resolução de problemas que dissesse respeito à Matemática.

O tempo passou, no entanto, as ideias de Polya permaneceram aceitáveis a ponto de servirem de base para pesquisadores como Schoenfeld e Thompsom, dentre outros. Polya não foi o primeiro a ter ideias respeitantes à resolução de problemas, no entanto, sua concepção concernente a esse tema inovou toda ideologia de resolução de problemas até então construída por Descartes[11], Wallas[12] e Skinner[13].

Ainda segundo Ramos (2002), Polya foi autor de várias obras dentre as quais se encontram: *How to Solve it* (1940), *Isoperimetric Inequalities im Mathematical Physics* (1951), *Matemathics and Plausible* (1954), *Mathematical Discovery* (1962).

[11] Descartes (1596 – 1650): filósofo e matemático francês, desenvolveu as primeiras razoáveis ideias direcionadas a heurística de resolução de problemas.
[12] Graham Wallas (1858 – 1932): psicólogo e cientista politico inglês, idealizou acerca de resolução de problemas na escola Gestaltista de psicologia.
[13] B. F. Skinner (1904 – 1990): psicólogo americano, mudou radicalmente a posição das ideias de Descartes.